



# **UNIVERSIDAD ALBERTO HURTADO**

**Facultad de Educación  
Pedagogía en Educación Diferencial mención  
Dificultades del Aprendizaje Escolar**

**Proyecto de Título**

## **IMPLEMENTACIÓN DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA PARA RESOLVER PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS QUE FAVOREZCAN EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO EN ALUMNOS DE CUARTO BÁSICO DE UNA ESCUELA MUNICIPAL**

**Para optar al grado académico y título profesional de  
Licenciada en Educación y Profesora de Educación Diferencial  
con mención en Dificultades del Aprendizaje Escolar**

**POR**

**Zarady Belén Campos Montecinos  
Profesora Guía: Jeniffer Romero Pérez  
Santiago, Chile  
2021**

## **Agradecimientos**

Antes de agradecer a todas las personas que estuvieron conmigo y fueron parte de este proceso tan difícil y con todas las complicaciones que existieron por el contexto pandemia.

Quiero comenzar con mi familia, sobre todo mi mamá y mi papá que siempre me apoyaron, en todos los sentidos, desde la elección de mi carrera hasta la universidad, sin ellos no hubiera sido posible, sin su palabra de aliento, su amor incondicional, sus felicitaciones.

Para continuar quiero mencionar a mis amigos, aquellos que estudiaron conmigo en este proceso y a lo largo de toda la carrera, nombrare de manera especial a mi mejor amiga Javiera Bello, gracias por cada palabra de aliento, por cada solución a mis problemas, por esos cafés necesarios para hacer los trabajos en biblioteca, por escucharme siempre, por darme esos ánimos necesarios. No tengo dudas de que también serás una excelente Educadora Diferencial y estaré ahí para ti.

A ese amigo que me daba la cuota de racionalidad, el que me apoyó en días difícil y en los que más necesitaba palabras de cordura.

También quiero nombrar a mis profesoras las cuales me ayudaban y respondían todas mis dudas, recuerdo que iba a sus oficinas para realizar mis preguntas, a veces nos quedábamos conversando de nuestra futura labor como docentes, un futuro que se veía algo lejano en ese tiempo, hoy está más cerca que nunca. En especial voy a agradecer a mi profesora guía Jenny, por sus palabras de tranquilidad en días caóticos, por dar soluciones, recomendar lecturas, enviar información complementaria, entre tantas ayudas brindadas.

Como último, pero no menos importante, quiero agradecer a mis alumnos, aquellos que me mostraron lo lindo que es enseñar, los que me dieron la alegría y las ganas de seguir en momentos que creí que no podía, en esos días difíciles que me quería rendir y ellos con sus palabras, gestos me demostraron que mi lugar estaba en las aulas y que debo seguir en esta labor.

Para finalizar y cerrar quiero decir que este logro no es solo mío, es parte también de ustedes, estoy segura de que no hubiera podido llegar tan lejos sin sus palabras de aliento y animo constante, de verdad y de corazón.

¡Gracias totales!

## Resumen

Se ha observado en varias escuelas una enseñanza de las matemáticas basado en el enfoque empirista, es decir, el docente traspasa su conocimiento a través de un aprendizaje mecanizado del algoritmo, careciendo de sentido y la función verdadera que posee este saber. Lo cual dificulta el aprendizaje debido a que los alumnos cuando se enfrentan a un problema no saben cómo resolverlo o la operación que deben utilizar. Considerando esta información se llevó a cabo una investigación – acción con el propósito de mejorar las practicas educativas en el área de las matemáticas.

En esta investigación se realizaron talleres virtuales y presenciales basados en la resolución de problemas multiplicativos a través de las situaciones didácticas en un cuarto año básico de una escuela municipal de la comuna de independencia para analizar y comparar los resultados obtenidos. El propósito de los talleres era que los estudiantes crearan un repertorio de cálculos, descubrir las regularidades del sistema de numeración, además de compartir estrategias, buscar la propia y descubrir nuevas formas de resolución, esto se realizó con seis estudiantes con diferentes niveles de aprendizaje y conocimientos en el área de las matemáticas.

Los resultados muestran el antes la implementación, en la cual se realizó una evaluación diagnostica para identificar como resolvían los alumnos antes de la implementación, las principales dificultades y facilitadores en la implementación, además los resultados en la evaluación final.

Con respecto a lo mencionado anteriormente se concluye que la enseñanza basada en las situaciones didácticas es beneficioso para el aprendizaje de las matemáticas, debido a que los alumnos crearon sus propias estrategias basadas en sus conocimientos previos, construyendo un repertorio de cálculos, descubriendo las regularidades del sistema de numeración, comprendiendo que herramienta utilizar en una situación problemática que sea útil en diversos contextos, entre otras.

## índice

|  |    |
|--|----|
| Introducción .....   | 6  |
| 1. Antecedentes del problema.....  | 8  |
| 1.1 Plano nacional del aprendizaje de las matemáticas .....                        | 8  |
| 1.2 La enseñanza de la matemática desde una perspectiva del modelo empirista.....  | 11 |
| 1.3 La enseñanza de la matemática desde una perspectiva constructivista.....       | 11 |
| 1.3.1 La enseñanza de multiplicación (principios/enfoque) .....                    | 12 |
| 1.3.2 Enseñanza a través de la resolución de problemas multiplicativos.....        | 13 |
| 1.4 Contexto que motivan esta investigación.....                                   | 15 |
| 2. Planteamiento del problema.....   | 19 |
| 3. Preguntas directrices .....   | 20 |
| 4. Objetivo general.....   | 21 |
| 4.1 Objetivos específicos .....  | 21 |
| 5. Marco conceptual .....  | 22 |
| 5. 1 Inclusión Educativa.....  | 22 |
| 5.1.1 Diversificación del aprendizaje para responder a las diferencias .....       | 23 |
| 5.2 Enfoque de enseñanza aprendizaje; Empirismo y Constructivismo                  | 24 |
| 5.3 Situaciones didácticas de las matemáticas .....                                | 26 |
| 5.4 Enfoques de Resolución de problemas.....                                       | 28 |
| 5.5 Enseñanza de la multiplicación .....   | 29 |
| 5.5.1Tipos de problemas multiplicativos .....                                      | 30 |
| 6. Diseño metodológico.....  | 34 |
| 6.1 Enfoque investigación – acción.....  | 34 |
| 6.2 Contexto y Participante .....  | 35 |
| 6.2.1 Contexto.....  | 35 |
| 6.2.2 Participantes.....   | 35 |
| 6.3 Descripción de la acción .....   | 36 |
| 6.4 Instrumentos de recolección de la información .....                            | 38 |
| 7. Resultados de la investigación .....  | 41 |
| 7.1 Resultados del diagnóstico.....  | 41 |
| 7.2 Implementación de la experiencia para resolver problemas multiplicativos ..... | 48 |
| 7.3 Resultados posterior a la implementación .....                                 | 50 |
| 8. Conclusiones .....  | 52 |

|   |    |
|---|----|
| 9. Bibliografía .....                               | 54 |
| 10. Anexos .....                                    | 55 |
| 10.1 Anexo 1. Consentimiento .....                  | 55 |
| 10.2 Anexo 2. Instrumentos (pautas) .....           | 56 |
| 10.3 Anexo 3. Planificaciones .....                 | 57 |
| 10.4 Anexo 4. Ejemplos de análisis (matrices) ..... | 70 |

## Introducción

Antes de comenzar a plantear aspectos con sustento teórico y detalles que movilizaron el desarrollo de esta investigación - acción, primero se plantearán los motivos de trabajar con la multiplicación. El primero de ellos surge de la experiencia escolar, en donde la multiplicación fue un acto memorístico, debido a esto se dificultaba el adquirir el concepto de la multiplicación, sin transferencia a otros contextos. El segundo motivo recae prácticas observadas en las distintas escuelas a nivel de formación, en las cuales la enseñanza es mecanizada sin sentido y muy parecidas a la experiencia escolar comentada, por lo tanto se espera dar otra mirada a las matemáticas tan odiadas por algunos y amadas por otros, para que los estudiantes tengan la posibilidad de reencantarse con esa asignatura y lo amigable que puede llegar hacer si se presenta o se busca otras metodologías que subyacen de principios didácticos de enseñanza para abordar un mismo conocimiento en este caso la multiplicación.

Esta investigación-acción permite reflexionar como se aborda la enseñanza de las matemáticas en especial en la multiplicación, de esta forma ¿Cómo podemos hacer que este conocimiento sea trabajado con los alumnos para favorecer a su aprendizaje? De esta misma manera se revisará cómo se aborda en la mayoría de las aulas tradicionales y como se abordaría desde un enfoque desde las didácticas de las matemáticas con una mirada constructivista.

La enseñanza del aprendizaje de la multiplicación es considerada como un aprendizaje complejo, puesto que es necesario que los estudiantes comprendan la relación que tiene este aprendizaje con la adición, de esta forma se ve dificultada la comprensión de la relación que existe entre estas operaciones, abordando la multiplicación como un aprendizaje aislado, limitando su uso a actividades del aula y coartando la utilización en otros contextos.

Lo que se propone en esta investigación es que los alumnos logren comprender que la multiplicación es una herramienta la cual se puede utilizar en varios contextos ya sean en el colegio como fuera de éste, la importancia de construir un significado y una reflexión sobre sus propios conocimientos, donde el estudiante sea un participante activo de sus propios saberes, por esto creemos que es importante buscar otras estrategias didácticas para enseñar la multiplicación en este caso a través de la resolución de problemas como punto de partida.

Son estas prácticas tradicionales las cuales queremos modificar, debido a que es imprescindible que los alumnos sean participantes activos de su propio aprendizaje, que la resolución de problemas como fuente de conocimiento para la enseñanza de la multiplicación donde los estudiantes se apropien y construyan el sentido del conocimiento no solo en la multiplicación, sino que también en el conocimiento matemático.

En la siguiente investigación-acción, encontraremos antecedentes e información de cómo se encuentra a nivel nacional diferentes puntajes con relación a la asignatura de matemáticas, donde se conocerán dos modelos distintos de cómo se abordan las matemáticas, un enfoque más tradicional que se logra identificar en la mayoría de las aulas y un enfoque

constructivista, donde da una mirada nueva y diferente de cómo podemos abordar la asignatura considerando una participación del alumnado.

También encontraremos la problemática se profundiza en torno al tema central que es la enseñanza de problemas multiplicativos para mejorar el conocimiento de las matemáticas, apareciendo así nuestras preguntas directrices, objetivo central y los objetivos específicos que serán nuestra guía. Es necesario comprender las razones, por qué nos basamos en un enfoque constructivista de la enseñanza y no continuamos con uno tradicional.

Encontraremos un marco conceptual donde se profundizan algunos conceptos relevantes de los antecedentes, que es importante que el lector conozca e identifique, ya que esto le va a permitir comprender la motivación para considerar y construir una secuencia didáctica basado en un enfoque diferente al tradicional donde existe conceptos que son importantes conocer.

También se considera el diseño metodológico, el cual contiene los diferentes instrumentos que se utilizaran para recabar la información necesaria para lograr analizar y reflexionar sobre esta investigación – acción, en otras palabras se pretende considerar los distintos momentos de basado situación didáctica, realizando una comparación de la concepción y resolución de los estudiantes antes de la aplicación de la secuencia didáctica y después de esta, con esta pretendemos visualizar y esquematizar como mejora la comprensión y el aprendizaje con sentido de la multiplicación basada en la resolución de problemas.

Además de los apartados de resultados, el análisis de esto, como fue la implementación de la secuencia didáctica, que cambios obtuvieron, los obstaculizadores y facilitadores, que respondían los estudiantes antes y los cambios observados después, además de las conclusiones respecto a la investigación – acción realizada.

## 1. Antecedentes del problema

En el siguiente apartado aparecerán distintos antecedentes sobre las matemáticas, ¿cómo se enseña? ¿qué se enseña? y el tiempo que se destina a esta enseñanza. Además de dos tipos de enfoques que facilitan y obstaculizan el aprendizaje de esta asignatura y lo observado en las prácticas en una escuela de independencia.

### 1.1 Plano nacional del aprendizaje de las matemáticas

En el sistema educacional chileno una de las asignaturas fundamentales son las matemáticas, por este motivo se ha realizado una variedad de modificaciones tanto en el plan de estudio, como también en las distintas reformas educacionales a sus objetivos de aprendizaje, esta asignatura se considera como imprescindibles, debido a las herramientas que proporciona para la vida cotidiana. Con lo mencionado anteriormente las bases curriculares (2020) hace referencia en el siguiente apartado:

*“La asignatura de Matemática ayuda a comprender la realidad y proporciona herramientas necesarias para desenvolverse en la vida cotidiana. Comprender matemática y aplicar los conocimientos a la resolución de problemas reales es fundamental para los ciudadanos. Saber matemática crea oportunidades tanto de estudios, como en la ampliación laboral y enriquece la toma de decisiones” (p.7)*

Con relación lo mencionado anteriormente las horas destinadas a matemáticas según el programa de estudio (2012), existe una gran cantidad de horas destinadas en a esta asignatura, según la información entregada por el plan de estudio de primero a cuarto básico son 228 horas, las cuales son 6 horas semanales, estas se distribuye según el currículum nacional en cuarto básico 58 horas pedagógicas en orden de prioridad comenzando con numeración: Ampliando el ámbito numérico, valor posicional, Composición y descomposición de números naturales. Algoritmo: Enseñanza del algoritmo de la división y multiplicación. Resolución de problemas: Donde la resolución de problemas solo se utiliza para aplicar el algoritmo, es decir, se considera importante la enseñanza del algoritmo convencional y no la enseñanza del algoritmo a través de la resolución de problemas, que permita a los estudiantes puedan dar sentido a la enseñanza, comprendiendo el por qué se utilizan esas resoluciones, la economía del algoritmo, como utilizar esta herramienta en diferentes contextos, entre otros.

El estudio de PISA del año 2018 fue realizado a 257 establecimientos escolares, seleccionados por la OCDE, distribuidos a lo largo del país, con una participación total de los 7621 estudiantes seleccionados aleatoriamente los cuales cursaban 7° básico. Los resultados en el área de matemáticas son los siguientes: se evaluó las competencias, la capacidad que tienen los estudiantes para formular, emplear e interpretar las matemáticas en variedad de contextos, es decir cómo aplicar y utilizar los conceptos matemáticos, procedimientos y herramientas para describir, explicar y predecir. Estas competencias nos permiten reconocer como aplicar la asignatura, plantear juicios con fundamentos para llegar a una solución, creando alumnos reflexivos. Chile obtuvo un promedio de 417

puntos en matemáticas, resultado que se encuentra por debajo del promedio que propone la OCDE que es de 489, este resultado es mayor a 18 países evaluados, pero menos a los otros 53, aunque este promedio obtenido por nuestro país supera el promedio que posee Latinoamérica que es de 387 puntos. Respecto al puntaje obtenido desde el año 2012 no se producen cambios muy significativos, es decir, el promedio se ha mantenido en el transcurso del tiempo.

La agencia de la calidad propone la prueba que se denomina SIMCE, para evaluar si los alumnos aprenden lo que deberían, considerando el curso en el que se encuentran: los resultados del año 2018. Donde se categoriza por adecuado: Existe un 6,4% de los alumnos que se encuentran en este nivel, comprenden los conceptos. Elemental: 32,2% de los estudiantes se encuentran en este nivel, comprenden los conceptos y procedimientos más elementales. Insuficiente: 61,2% de los alumnos muestran escasa evidencia de que comprenden los conceptos y procedimientos elementales. Estos son en números y operaciones, patrones y álgebra, geometría, medición, datos y probabilidad. Dominio de las habilidades matemáticas de resolver problemas, representar, modelar y argumentar.

A pesar de la cantidad de horas que se le designan al área de matemática podemos darnos cuenta de que en el plano nacional los resultados no son muy favorables para nuestro país.

Dándole real importancia a como se está enseñando y como se aprovechan esta cantidad de horas, podemos observar que la manera que el currículum nacional plantea el orden de cómo se enseña, donde se debe guiar por este que ya está determinado, donde la resolución de problemas por ejemplo queda solo como recurso para evaluar la aplicación del algoritmo. Por lo tanto, cuando los alumnos se ven enfrentados a resolverlos si este no fue ejercitado frecuentemente, no logran llegar a una respuesta correcta.

Con relación a la multiplicación en las bases curriculares en el área de matemáticas, es un aprendizaje que no aparece en los primeros años de educación básica, es decir, en primero y segundo básico no existe un acercamiento con este aprendizaje, puesto que recién se encuentran en los objetivos de aprendizaje de tercero básico.

La primera aparición de un objetivo de aprendizaje ligado a la multiplicación hace alusión a las tablas de multiplicar hasta el diez por diez, la resolución de problemas aparece solamente como un mecanismo para dar respuesta a problemas rutinarios, en el cual implique el uso de las cuatro operaciones aritméticas no combinadas, en otras palabras, los problemas aparecen para evaluar la aplicación del algoritmo la suma, resta, multiplicación y división de forma aislada. En el caso de cuarto básico si bien no cambia mucho la utilización de los problemas multiplicativos, la multiplicación primero debe pasar por una representación concreta, pictórica y simbólica, utilizar las propiedades de la multiplicación, antes de llegar a la una resolución de problemas, donde se aplican todas estas etapas. Como se logra observar en la siguiente tabla (tabla N°1)

|                       |                              |
|-----------------------|------------------------------|
| Números y operaciones | Objetivo de Aprendizaje (4°) |
|-----------------------|------------------------------|

|  |  |
|--|--|
|  | <p>OA2 Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para determinar las multiplicaciones hasta <math>10 \times 10</math> y sus divisiones correspondientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• conteo hacia delante y atrás</li> <li>• doblar y dividir por 2</li> <li>• por descomposición</li> <li>• usar el doble del doble</li> </ul> <p>OA4 Fundamentar y aplicar las propiedades del 0 y del 1 para la multiplicación y la propiedad del 1 para la división.</p> <p>OA5 Demostrar que comprenden la multiplicación de números de tres dígitos por números de un dígito:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• usando estrategias con o sin material concreto</li> <li>• utilizando las tablas de multiplicación</li> <li>• estimando productos</li> <li>• usando la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma</li> <li>• aplicando el algoritmo de la multiplicación</li> <li>• resolviendo problemas rutinarios</li> </ul> <p>OA7 Resolver problemas rutinarios y no rutinarios en contextos cotidianos, que incluyan dinero, seleccionando y utilizando la operación apropiada.</p> |
|--|--|

Tabla Nº 1. Elaboración propia extraída de las bases

curriculares

## 1.2 La enseñanza de la matemática desde una perspectiva del modelo empirista

Los modelos teóricos nos permiten apreciar aquellos principios en el área de las didácticas de las matemáticas, ofrecen un marco de referencia para interpretar los comportamientos de los estudiantes, así como también las intervenciones y decisiones del docente. Como menciona Chamorro (2005) “Para facilitar el estudio de los aspectos relacionados con el aprendizaje de los alumnos, se establece una relación de complementariedad entre la Didáctica de las Matemáticas y el dominio de la psicología” (p.11) Es importante relacionar el estudio de las matemáticas con aquellas situaciones que puede vivir el estudiante en contexto real, dándole sentido a este aprendizaje, lo cual las didácticas de las matemáticas mencionadas anteriormente lo permiten.

Con relación a lo nombrado anteriormente Chamorro (2005) El empirismo es el modelo basado y cercano a la enseñanza tradicional, el alumno tiene un rol más pasivo, esto quiere decir, que el estudiante no aprende nada si el docente no se lo explica, por lo tanto, su enseñanza y lo que aprenda estará sujeto a lo que el profesor quiere que aprendan los estudiantes.

Además de que se piensa que el alumno no es capaz de crear conocimiento, el saber es transferido del maestro al alumno ya acabado, en otras palabras, el alumno solo copia y replica lo que el docente enseñó, no existe una reflexión de lo aprendido. Dándole al docente un protagonismo total de lo que sucede en la sala de clases, donde el alumno solo aprende lo que el profesor proporciona.

En este enfoque el error está prohibido y se espera que el estudiante tenga pocas posibilidades de encontrarse con este, ya que este significa que el docente no hizo bien su trabajo o que existe alguna laguna pedagógica, es decir que la enseñanza no fue correctamente adquirida por el alumno, por lo tanto, entre menos se encuentre con el error, es mejor para su aprendizaje. En esta hipótesis la enseñanza ideal es que los docentes no comentan ningún error, por lo tanto, los alumnos comprenderán y tampoco los cometerán, por lo tanto, si no aparecen este fue comprendido perfectamente.

Es relevante destacar que en el saber matemático existe la resolución de problemas y que esta está compuesta por dudas, incertidumbre y tanteos que son esenciales para poder resolverlos, por lo tanto, nos surge un conflicto con este enfoque con las situaciones problemáticas que se deben enfrentar los estudiantes.

Para finalizar el enfoque empirista se caracteriza por ser mecanizado, siguiendo un paso a paso de resolución, no se permiten los errores y los alumnos deben hacer lo que el docente les pide, con esta noción de tomar el saber en su forma acabada y traspasarlo a los estudiantes, sin que estos comprendan el concepto matemático que se les quiere enseñar.

## 1.3 La enseñanza de la matemática desde una perspectiva constructivista.

Una nueva mirada desde el constructivismo, este modelo nos permite observar las matemáticas de una forma diferente a las que se ven en la mayoría de las escuelas. Aprender matemáticas es construir las matemáticas, esto quiere decir, que el aprendizaje se apoya en la acción, pero no solo en el llevarla a cabo, sino que se trata de anticipar la acción concreta, construir una solución, crear una hipótesis considerando los elementos del problema, donde los alumnos validan o invalidan sus propios procedimientos creando su propio conocimiento. (Chamorro, 2005)

En este modelo el estudiante es protagonista donde sus conocimientos previos son considerados, reorganizan, poner en duda lo que saben y lo que no, a esto se le llama asimilación y acomodación en la psicología (Rosas, 2008). En otras palabras, cuando tenemos en cuenta lo que ya saben los alumnos también logran comprender que les sirve y que no, para solucionar el problema que se les presente. Es importante realizar puestas en común, donde compañeros interactúen y pongan en conflicto lo que saben y como lo resuelven para crear un conflicto cognitivo entre pares.

Para este enfoque es de real importancia aprender a través de otro, varios conocimientos son transmitidos de generación y son adquiridos de forma casi intuitiva, a veces algunos no son conscientes de este conocimiento. Mientras que a otras personas estas oportunidades no fueron desarrolladas desde pequeños deben buscar y construir su propio aprendizaje, indagando y descubriendo aquello que no saben y necesitan adquirir como menciona Chamorro (2005) “mientras que para otros hemos necesitado una verdadera construcción y una determinada y decidida intención de aprender. Hay que considerar que el aprendizaje de ciertos conocimientos supone una actividad propia del sujeto es aproximarse a la corriente constructivista” (p. 15)

### 1.3.1 La enseñanza de multiplicación (principios/enfoque)

Sabemos por lo mencionado en apartados anteriores que la multiplicación se utiliza para resolver ejercicios basados en el algoritmo, donde esta herramienta se pierde y no se utiliza para resolver y agilizar los problemas que puede resolver. Por este motivo queremos crear situaciones donde el alumno construya su propio aprendizaje con sentido y significativo, pasando por las cuatro situaciones didácticas mencionadas anteriormente por Brousseau, las cuales son la acción: la que consiste en interactuar con varios juegos, en que los alumnos busquen resoluciones y vayan interactuando con este. Formulación: encontrar una estrategia que funcione y logre llegar a un resultado y de respuesta al juego. Validación: plantear esta estrategia a sus pares argumentando el por qué es factible y funciona defendiéndola y dando motivos para que estos la comprendan y también la utilicen. Institucionalización: es aquella que el docente comprende la acción y lo teórico, dando el nombre formal de lo que los estudiantes acaban de aprender.

Es necesario que los alumnos conozcan el campo que abarca la multiplicación, como afirma Parra y Saiz (2009) que problemas o situaciones pueden resolver con ella y en cuales esta herramienta no es de utilidad, entender las distintas concepciones de esta operación y los distintos campos numéricos que abarca, sus propiedades que la

caracterizan, su relación con otros conceptos, como son las fracciones, división, proporcionalidad, entre otras, los recursos de cálculos y como estos funcionan.

Desde las didácticas de las matemáticas surge una nueva mirada, no solo a nivel general como asignatura si no también en los elementos que se aprenden en las salas de clases, que son numeración, enseñanza del algoritmo, resolución de problemas, entre otras.

También lo relacionado con lo dicho por Itzcovich (2011) el trabajo con la multiplicación podría trabajarse en primer ciclo, no con la memorización de las tablas, si no resolviendo problemas donde pongan en juego diversas estrategias, que utilizarán de manera intuitiva. Es necesario trabajar distintos tipos de problemas para que los alumnos aprendan por qué la multiplicación es una herramienta y un recurso óptimo de resolución.

Nos damos cuenta de que la resolución de problemas con esta mirada permite al alumno reflexionar sobre su propio conocimiento como lo que sabe y lo que no puede ayudarlo a buscar una resolución, además de provocar en el estudiante un saber matemático con sentido, donde ellos busquen sus propias estrategias antes de resolver con el algoritmo convencional, generar situaciones propicias en el aula para abordar conocimientos y actitudes vinculadas con el quehacer matemático. Como menciona Broitman (2001) Se trata de que los alumnos puedan interpretar situaciones nuevas para las cuales no tienen un recurso experto y desarrollen confianza en su posibilidad de construir estrategias personales válidas que podrán ser comparadas buscando similitudes y diferencias, juzgando su validez, analizando su economía (p.3) Es importante que los niños se enfrenten a situaciones desconocidas, pero que logre resolverlas considerando lo que ya saben cómo un recurso, como esto que se aprende en el colegio se puede utilizar en lo cotidiano, encontrando estrategias de elaboración propia.

### 1.3.2 Enseñanza a través de la resolución de problemas multiplicativos

En relación a lo mencionado anteriormente la enseñanza tradicional la multiplicación se utiliza para resolver cuentas (algoritmo convencional), hoy se sabe que la construcción del conocimiento de la multiplicación va más allá de resolver ejercicios o saberse las tablas de multiplicar, ya que los alumnos no saben en qué resolución de problemas utilizar esta herramienta o los problemas que se resuelven con dicha operación, por otra parte los estudiantes pueden resolver problemas multiplicativos antes de dominar la estrategia de cálculos Broitman (2001) Desde nuestra perspectiva, la construcción del sentido de los conocimientos de las operaciones involucra diferentes aspectos. Entre ellos, una variedad de problemas, una variedad de procedimientos de resolución, una variedad de estrategias de cálculo y el estudio de sus propiedades (p.2)

Para comprender la enseñanza de los problemas multiplicativos, nos basamos en el modelo aproximativo mencionado por Charnay (1997), el cual es general para el aprendizaje de las matemáticas, en esta ocasión será utilizado para el aprendizaje de la multiplicación. Se espera que el estudiante tenga un rol protagonista, busque indague y proponga sus propias estrategias de resolución, y el docente es guía y mediador.

Propiciando al estudiante la enseñanza de las matemáticas cargada de significado y sentido. Como dice Charnay (1997) “El maestro propone una serie con distintos obstáculos (variables dentro de estas situaciones), organiza las diferentes fases (investigación, formulación, validación, institucionalización)” (p.5) El rol del docente es fundamental en el este enfoque, pero no es el protagonista, a su vez debe proporcionar preguntas, actividades, tareas, entre otras, intencionadas para que el aprendizaje que se quiere enseñar sea con sentido y respondiendo a las necesidades de los estudiantes.

Es importante considerar que es la resolución de problemas es la que aspiramos en esta investigación acción, además de crear situaciones reales, en las cuales los alumnos puedan utilizar la multiplicación como una herramienta de cálculo en diversos contextos, a su vez que sea un aprendizaje significativo y construido por los propios estudiantes dándole sentido a este, por este motivo es importante que los alumnos posean un repertorio de cálculos multiplicativos, como los dobles y los triples, entre otros. No estamos hablando de la enseñanza memorística de las tablas de multiplicar, si no que conozcan que comprendan que el resultado de una multiplicación les pueda ayudar a obtener la respuesta de otro, analizando las regularidades que se encuentran dentro de la multiplicación. También es fundamental que los estudiantes compartan sus estrategias, ya sea adquiridas en el proceso o las que poseen desde sus conocimientos previos, teniendo una puesta en común donde expone sus resoluciones, las defiendan, debatan y busquen nuevas formas de dar respuesta a un mismo problema, quedándose con la estrategia que sea más pertinente para el propio alumno. Como menciona Itcovich se desarrolla un análisis de los diferentes problemas que podrán dar sentido a estas operaciones, así como un abanico de recursos de cálculo asociado a ellas (2011) es necesario que los alumnos amplíen el repertorio de cálculos que conocen no solo para favorecer la multiplicación, sino que también puedan traspasar este conocimiento a nuevos saberes y aprendizajes.

Es en resolución de problemas, en una enseñanza tradicional esta se utiliza solo para evaluar la aplicación del algoritmo. Desde esta nueva mirada que es la que nos interesa continuar investigando y la cual proponemos este trabajo, es como podemos utilizar de otra forma la resolución de problemas multiplicativos. Nos basamos en autores que nos indican como trabajar problemas, desde el descubrimiento del estudiante, donde tenga que pensar, indagar y buscar solución a través sus propios conocimientos previos. Como menciona Broitman (2010) Es importante plantear situaciones a lo largo de la escolaridad para que los niños tengan diferentes y sucesivas oportunidades de ir construyendo y reorganizando sus conocimientos sobre las operaciones. La multiplicación no es un contenido de un año en particular si no un aprendizaje a largo plazo. Progresivamente podrán reconocer y resolver nuevos tipos de problemas, de mayor complejidad, ampliar los recursos de calculo que se utilizan, sistematizar nuevos conocimientos sobre las propiedades de esta operación. Se trata de iniciar a los niños en el estudio de esta operación, tanto en lo referente a los problemas que pueden resolver como las estrategias de cálculo. La construcción del sentido de la multiplicación no se logra cuando se aborda la enseñanza del algoritmo, muchos niños saben “hacer las cuentas”, pero

no reconocen cual es el conjunto de problemas que se resuelven con dicha operación.

#### 1.4 Contexto que motivan esta investigación

El contexto que motiva esta investigación acción es una escuela dependencia municipal, ubicada en la comuna de Independencia, dentro de la población Juan Antonio Ríos y Manuel Montt. El establecimiento acoge en promedio a 311 alumnos que van desde los niveles de kínder a octavo básico, además de tener una dotación de 37 profesionales de la educación (docentes y asistentes de la educación). Cuenta con un equipo de apoyo profesional de Psicopedagogos, Psicólogos, Profesor de Educación Diferencial y Fonoaudiólogo, Programa de Integración Escolar (PIE) y Subvención Escolar Preferencial (SEP)

A partir de los datos extraídos desde la JUNAEB, el Índice de Vulnerabilidad Escolar (IVE), que es un indicador utilizado en el marco de los programas de alimentación Escolar (PAE) de la JUNAEB, que se aproxima a medir el riesgo de deserción escolar de un establecimiento a través de una evaluación socioeconómica de sus estudiantes, revela que el porcentaje del índice de vulnerabilidad del establecimiento es del 73%.

Por otro lado, según el Índice de Vulnerabilidad Multidimensional (IVM), que es una medida generada a partir de la correlación de variables que representan las dimensiones o factores más relevantes de un concepto de vulnerabilidad no observables, según la trayectoria del estudiante, considerando información del contexto socioeconómico familiar, salud, discapacidad, educación, hábitat y vivienda, contexto socioeconómico comunal, entorno familiar y participación cívica, derechos y libertades civiles señala que el porcentaje IVM del establecimiento es del 54,1%.

Según datos extraídos de la agencia de la calidad, en la categoría de desempeño 2018, que es el resultado de una evaluación integral (SIMCE) que busca promover la mejora continua de los establecimiento y focalizar los apoyos y orientaciones del sistema de aseguramiento de la calidad (SAC), la escuela se ubica en un desempeño medio - bajo, es decir que el establecimiento se encuentra en una categoría en donde sus estudiantes obtienen resultados por debajo de lo esperado en aspectos académicos o de desarrollo personal y social, considerando el contexto sociodemográfico en el que se desarrolla. Respecto con lo mencionado por la agencia de la calidad en el año 2018 el colegio obtuvo un puntaje SIMCE de 230 en cuarto básico y de 224 en sexto básico en el ambos en el área de las matemáticas, obteniendo un desempeño medio – bajo.

En conclusión, con lo mencionado anteriormente, es de real importancia considerar todos estos elementos del contexto del establecimiento educativo, debido a que debemos conocer y comprender en qué situación estamos planteando esta investigación – acción, esta metodología no es solamente para algunos establecimientos si no que es una práctica que se debería dar en todos los colegios a lo largo de nuestro país, ya que es relevante siempre reflexionar sobre las practicas considerando los recursos y la situación económica que se sitúa la comunidad educativa, para tomar en consideración en la de acción.

Por otro lado, el PEI del establecimiento, menciona que tienen un enfoque educativo cognitivo y constructivista, donde se pone más énfasis en el aprendizaje de los alumnos, donde los estudiantes y profesores interactúan para la construcción de su propio conocimiento. *“Ello implica problematizar los saberes, abrir los conceptos a la discusión y consensuar con los estudiantes una forma común de comprender una determinada disciplina”* En cuanto a las propias prácticas de enseñanza y aprendizaje que se propician en las salas de clases, señalan que se el enfoque educativo se centra en la formación integral del estudiante, desarrollando todas las capacidades, competencias y habilidades de los alumnos para incorporarlos con éxito en la enseñanza media. Promueven una educación inclusiva que brinde oportunidades de desarrollo a todos los alumnos de acuerdo con sus diferencias individuales, propiciando un ambiente armónico de sana convivencia donde el estudiante se desenvuelva con una actitud positiva con una alta autoestima e identidad personal.

Respecto a la enseñanza del curriculum el colegio trabaja con modalidad de proyecto donde los alumnos desarrollan capacidades, habilidades y actitudes, considerando los diferentes ritmos y estilos de aprendizajes de los estudiantes. En relación con las practicas pedagógicas en el proyecto educativo, buscan asegurar y generar aprendizaje de calidad, incorporando recursos atendiendo a la diversidad de los estudiantes, donde se considera la motivación y el interés de los alumnos otorgando un rol protagónico durante la clase. Se utiliza una evaluación de proceso del aprendizaje con diferentes instrumentos, considerando las características del alumno para brindar una evaluación integral. Enfatizando no en la enseñanza, sino que, en el aprendizaje, en los progresos de los estudiantes más que en los conceptos impartidos por el docente, privilegiando las actividades realizadas por los alumnos, a través de acciones como una construcción conjunta de conocimientos a través del diálogo, esto también supone problematizar los saberes, abrir los conceptos a la discusión y consensuar con los estudiantes una forma común de comprender una determinada disciplina. Por su parte, el modelo cognitivo, se centra en los procesos mentales del alumno y en su capacidad de avanzar hacia habilidades cognitivas cada vez más complejas, ya sea por sí mismo o con la ayuda de un adulto. Esto también implica considerar los ritmos de aprendizaje de los estudiantes y reconocer cuando están en condiciones de acceder a una capacidad intelectual superior.

Según lo observado en las practicas del docente de cuarto básico, se determina que el profesor tiene un rol protagónico donde el alumno solo aplica lo que el profesor le enseñó, no se realiza una pausa para conocer los saberes previos de los estudiantes, solo el docente tiene el conocimiento y los alumnos lo “absorben”. Se toman las respuestas que son correctas, existen escasas oportunidades para que aparezcan errores. Solo en algunas ocasiones se realiza una reflexión de lo aprendido, debido a la modalidad online, no se logra observar un trabajo en grupo o entre pares. Si bien dentro de lo observado se pregunta por la utilidad de este

conocimiento en otros contextos, la respuesta siempre se encuentra implícita en la clase, no se da el tiempo para que los estudiantes reflexionen sobre el aprendizaje obtenido en la clase y como este nos puede ayudar en la vida cotidiana.

A diferencia de lo mencionada en el PEI se observó lo siguiente en las prácticas, asociado a un enfoque empirista del aprendizaje, debido a que en general se trata de un modelamiento de parte del docente, el cual explica cómo se resuelve, elige el procedimiento, operación a utilizar, por lo tanto, no permitía que los alumnos descubrieran o buscaran una resolución antes de institucionalizar el aprendizaje. se describirán algunas clases para ejemplificar y facilitar la comprensión: si bien no abordaba problemas multiplicativos, si se realizó una clase de valor posicional, se mostraba una resolución realizada por el docente, este mostraba un paso a paso, por ejemplo tenemos el número 345, luego este número se colocaba en una tabla de valor posicional donde colocaban u, d, c, y luego de mostrar este paso a paso, los alumnos replicaban este proceso haciendo alusión, a este procedimiento de pasos que se deberían seguir para identificar el valor posicional de cada número.

Otra de las practicas observadas dentro del establecimiento educacional fue la resolución de problemas aditivos donde se trabajó con monedas y billetes, en primera instancia el docente modelaba como resolver el problema, se realiza un procedimiento de cuatro pasos, los cuales deben realizarse de forma obligatoria y no saltarse ninguno. Luego de realizar este método los alumnos debían replicar esta estrategia con todos los problemas que mostro la docente y posteriormente ejercitarlos junto a unas páginas del libro de matemáticas otorgado por el ministerio de educación. Respecto a la enseñanza de la multiplicación se observó la implementación de la matriz de puntos (la cual consiste en realizar líneas verticales identificando el multiplicando, separando de unidad, decena, etc. Para luego cruzar de forma horizontal el multiplicador, posteriormente se realizan puntos en las intercesiones comenzando por la unidad colocando en el producto el resultado en el lugar de las unidades y después las decenas, dando el resultado exacto de la multiplicación), el procedimiento es enseñado por el docente, realizando un paso a paso de cómo utilizar este método. Es posible identificar un tipo de enseñanza procedimental, debido a que se escribe el procedimiento que deben seguir.

También se observó la utilización de la tabla pitagórica, si bien es un recurso que permite mirar las tablas de multiplicar en conjunto, sin necesidad de aprenderlas de forma memorística, pero la forma de trabajar con ella provocaba una dependencia en los alumnos, se le dificultaba resolver ejercicios algorítmico sin utilizar la tabla, la cual carecía de sentido, debido que era buscar los números y anotar el resultado en la intersección entre ambos, sin identificar las regularidades que existen en las tablas de multiplicar utilizando la tabla pitagórica como un recurso para identificarlas, entre otras.

Es importante conocer el PEI del establecimiento para comprender cuales son los principios que guían al establecimiento, que se pueden contradecir o ratificar, la metodología de aprendizaje que se sitúa. En este caso el establecimiento propone una enseñanza basada en dos enfoques diferentes, uno es el constructivismo y el otro es el cognitivo, mezclando

estos dos para mejorar la experiencia de aprendizaje de los estudiantes, en la cual estos son protagonistas y participantes activos. Pero se logra observar dentro de las prácticas de enseñanza de las matemáticas que el enfoque utilizado por la docente es cercano al enfoque empirista, en este la enseñanza se caracteriza por ser mecanizada, en la cual los alumnos poseen un rol pasivo de su propio aprendizaje.

Cabe destacar que la modalidad de trabajo en este año fue compleja debido a la pandemia de COVID – 19 que se viven en el país, por lo tanto se divide en dos tipos, en una instancia el primer semestre fue on – line, lo que significaba un desafío mayor para los docente de entregar el aprendizaje y que este fuera recibido de forma óptima, lo cual dificultaba trabajar con la diversidad del alumnado, presentar una enseñanza diversificada a través de la pantalla era complejo y difícil para aquellos alumnos que necesitan un apoyo adicional o una enseñanza personalizada identificando sus necesidades. La participación de los estudiantes era activa en general, se conectaba la mayoría, pero siempre respondían los mismos, por lo tanto, para aquellos que son tímidos era difícil que participaran, por lo tanto, era necesario estar atentos para que estos también participaran e identificar si estaban comprendiendo el contenido a tratar. Esta situación cambia radicalmente en el contexto híbrido en el segundo semestre, debido a que los alumnos comprendían mejor los aprendizajes, se realizaba un apoyo personal y se resolvían dudas para aquellos que lo necesitaban, se podía evaluar de manera óptima si el contenido por los alumnos era aprendido o si se tenía que reforzar a través de la observación.

## 2. Planteamiento del problema

Las razones que motivan a realizar esta investigación están relacionadas con las dificultades observadas en el establecimiento educacional en un 4to año básico, que se encuentra en un rendimiento medio- bajo según la agencia de la calidad, a pesar de que en el PEI del establecimiento menciona un enfoque de enseñanza constructivista este no se ve reflejado en las clases observadas ya que en ellas podemos evidenciar que son más cercanas a un enfoque empirista, debido a que los alumnos tienen un rol más pasivo, se aplica lo enseñado por el docente, siguiendo un paso a paso de forma mecanizada, no se cuestiona lo que el profesor enseña y este es el dueño del conocimiento. En relación con la resolución de problemas el docente da un método para resolverlo, otorgando una resolución mecánica que carece de sentido para los alumnos que los alumnos deben seguir. Por lo tanto, se propone una secuencia didáctica basada en diferentes autores, se espera un rol protagónico de parte del estudiante, en la cual se comience con una situación problemática, por lo tanto, el alumno tendrá que indagar, pensar sobre su conocimiento, poner en juego diferentes estrategias, reflexionando sobre su propio aprendizaje, para que esta situación suceda los docentes deberán crear diferentes y múltiples situaciones en los que los estudiantes puedan ser participantes protagonistas.

En el caso de los problemas multiplicativos es necesario que los alumnos comprendan este conocimiento como una herramienta que puede ser útil en diferentes contextos, ya sea en la escuela como en la vida real, estableciendo un repertorio de cálculos, un abanico de recursos, que los estudiantes puedan recurrir a ellos cada vez que lo necesite, aplicando una diversidad de estrategias que pueden ser compartidas entre los mismos estudiantes, para que comprendan que pueden utilizar diversos procedimientos para resolver una misma situación, comprendiendo y dándole sentido a este conocimiento y que este sea significativo, para que esto suceda se propone el uso de las cuatro situaciones didácticas según Brousseau.

Ahora me pregunto: ¿Cómo la implementación de una secuencia didáctica basada en la resolución de problemas multiplicativos ayuda y/o favorecen el aprendizaje de la multiplicación en alumnos de cuarto básico?

### 3. Preguntas directrices

- ¿Cómo resuelven los estudiantes de cuarto básico problemas multiplicativos que impliquen su resolución por medio de la multiplicación?
- ¿Cuáles son las principales dificultades que presentan los alumnos de cuarto básico para resolver un problema multiplicativo?
- ¿Cómo facilita el uso de la resolución de problemas multiplicativos para el aprendizaje de la multiplicación durante la implementación de la secuencia didáctica en estudiantes de 4º básico?
- ¿Qué dificultades se observan en el uso de la resolución de problemas multiplicativos para el aprendizaje de la multiplicación durante la implementación de la secuencia didáctica en estudiantes de 4º básico?
- ¿Cómo cambia la resolución de problemas multiplicativos al aprendizaje de la multiplicación en estudiantes de 4º básico?

## 4. Objetivo general

- Implementar una secuencia didáctica para resolver problemas multiplicativos que favorezcan el aprendizaje matemático en alumnos de cuarto básico de una escuela municipal.

### 4.1 Objetivos específicos

- Analizar conocimientos previos que poseen los estudiantes de cuarto básico para resolver problemas multiplicativos.
- Describir principales dificultades que presentan los alumnos de cuarto básico para resolver problemas multiplicativos durante la implementación.
- Describir los principales facilitadores que presentan los alumnos de cuarto básico para resolver problemas multiplicativos durante la implementación.
- Comparar los aprendizajes de los estudiantes 4º básico antes y después de la implementación de la secuencia didáctica en los problemas multiplicativos en el área de las matemáticas.

## 5. Marco conceptual

El siguiente apartado abordaremos el marco conceptual en el cual se profundará los diferentes enfoques y modelos, propuestos en los antecedentes conceptuales, con el fin de conocer los diferentes puntos de vista de los procesos de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas que guían la siguiente investigación - acción.

Para comenzar se mencionará la inclusión educativa, debido a la diversidad de alumnado que existe en las salas de clases, por lo tanto, es necesario implantar estrategias diversificadas contemplando a todos los estudiantes, pero enfocándose sobre todo en aquellos que poseen NEE.

### 5.1 Inclusión Educativa

¿Qué es la inclusión educativa?

Los establecimientos educacionales deben asegurar la educación en los alumnos, trabajando en base a dos puntos importantes la eliminación de la discriminación y el abordaje de la diversidad. Promover la inclusión a través de prácticas educativas que aseguren el acceso, permanencia, aprendizaje y participación de los estudiantes, reconociendo sus identidades, aptitudes, necesidades, entre otras. Estas estrategias no solo deben ser a nivel de los docentes y la comunidad educativa, sino que también formen parte de la aplicación institucional, como lo son el proyecto educativo, reglamentos internos, protocolos, entre otras. Como menciona el ministerio de educación en su página de internet “cada establecimiento educacional de Chile promueve la inclusión a través de prácticas educativas que aseguren el acceso, permanencia, aprendizaje y participación de todas y todos los estudiantes” (MINEDUC, 2015) En relación a lo mencionado anteriormente, la inclusión nace desde la necesidad de eliminar el concepto de integración debido a que este era insuficiente, ya que está basado desde un enfoque desde la necesidad, en el cual se debe integrar al que tiene necesidad.

La inclusión es la respuesta a la diversidad que hay presente no solo en las aulas, sino que también en la comunidad educativa, puesto que los establecimientos educacionales son heterogéneos, por lo tanto, todos necesitan ser incluidos y sentirse parte de la escuela. Esto permite que los estudiantes, padres/ apoderados, profesores, entre otros integrantes, tengan la oportunidad de tomar la inclusión como un elemento enriquecedor a partir de las diferencias de los distintos participantes activos de la sociedad.

En relación con las leyes que enmarcan la inclusión y los programas de integración escolar (PIE), existe el decreto 170, menciona un diagnóstico y múltiples requisitos que son necesarios de cumplir para que los estudiantes puedan recibir la respectiva subvención escolar *“la misma ley estableció que por reglamento debería fijarse los requisitos, instrumentos y pruebas diagnósticas que habilitarían a los alumnos con Necesidades Educativas Especiales y/o discapacidades para gozar del beneficio de las subvenciones establecidas para tales déficit”* (Ministerio de educación, 2009). En relación con la cita mencionada anteriormente esta ley realiza una separación entre NEE permanentes (NEEP) y aquellas que se caracterizan por ser transitorias (NEET), para administrar la subvención en

los programas de integración (PIE) por curso consta de cupos específicos para cinco estudiantes con NEET y dos con NEEP, aunque se puede apelar en el caso de la existencia de más estudiantes que presenten NEEP la posibilidad de brindarles el apoyo que requieran contando como excepciones.

Las barreras para la inclusión que se presenta en las escuelas es el enfoque biomédico propiciado por el decreto 170. El cual otorga el nombre a “Necesidades Educativas Especiales” (NEE) que es para aquellos alumnos que requieren un apoyo adicional en su enseñanza - aprendizaje. Por otra parte, se requiere de informes médicos, para poder ingresar a los estudiantes al PIE. Estos recursos pueden ser materiales para ayudar a la comprensión o humanos/ pedagógicos, el objetivo es que aquellos estudiantes puedan alcanzar los conocimientos otorgados por las bases curriculares dependiendo de su escolaridad. Es por este motivo que el foco está en las necesidades otorgado por la etiqueta del diagnóstico y no en diversificar el aprendizaje para todos.

### 5.1.1 Diversificación del aprendizaje para responder a las diferencias

En relación a lo mencionado anteriormente surge la necesidad de atender la diversidad desde un enfoque pedagógico, por este motivo se promulga el decreto 83, en el cual el Ministerio de Educación establece criterios y orientaciones, para establecer adecuaciones curriculares en las planificaciones de los docentes para realizar clases pertinentes considerando la diversidad del alumnado, teniendo experiencias educativas de calidad, significativas y con sentido para los estudiantes y a su vez para dar respuestas a las NEE. *“establece que el Ministerio de Educación deberá definir criterios y orientaciones de adecuación curricular que permitan planificar propuestas educativas pertinentes y de calidad para los estudiantes” (MINEDUC, 2015)*. En relación con el decreto 83 menciona diferentes adecuaciones curriculares, las cuales se dividen en; Las primeras son aquellas de acceso para proporcionar diferentes medios de presentación y representación de la información, considerando que cada estudiante crea su propia estrategia, posee su ritmo de aprendizaje, entre otras. Las segundas son las adecuaciones a los objetivos, dando prioridad aquellos que se consideran transversales para el aprendizaje de los estudiantes, ambas tienen el propósito de asegurar la participación, permanencia en el progreso escolar.

Al respecto con lo mencionado anteriormente surge la necesidad de crear experiencias de aprendizajes pertinentes para la diversidad del alumnado, por este motivo esta investigación- acción, se enmarca en un enfoque constructivista, en el cual permite que los estudiantes busquen, indaguen y creen sus propias estrategias de aprendizaje, utilizando la resolución de problemas como impulsor de la enseñanza de la multiplicación como una herramienta que le permita a los niños utilizarla en diferentes contextos, dándole sentido a esta enseñanza y que este no sea un aprendizaje memorístico.

## 5.2 Enfoque de enseñanza aprendizaje; Empirismo y Constructivismo

Antes de comenzar con este apartado tenemos que precisar que saber matemáticas no significa comprender las fórmulas aplicar algoritmo o saber el significado de los signos o conocer distintos teoremas, el saber matemáticas va mucho más allá de estos conceptos, es construir un sentido, es buscar preguntas y encontrar soluciones a estas, es decir que formule modelos, conceptos, teorías propias que pongan en juego para resolver un problema, que construyan conforme a la cultura matemática, tomando lo que son útiles para resolver una determinada actividad y cuales debe descartar. Como menciona Chamorro “Según Brousseau (1998): *«Saber matemáticas» no es solamente saber definiciones y teoremas para reconocer la ocasión de utilizarlos y aplicarlos, es «ocuparse de problemas» que, en un sentido amplio, incluye tanto encontrar buenas preguntas como encontrar soluciones.»* (Chamorro, 2005, p. 10) es relevante que los estudiantes conozcan que las matemáticas no es solo aplicar o resolver, sino que es conocer el concepto matemático que se está trabajando.

Nos parece relevante profundizar en la enseñanza que se logra identificar con más frecuencia en las aulas Chilenas, con un enfoque de enseñanza muy marcado el cual posee las siguientes características que corresponde a un modelo Empirista:

El modelo Empirista como lo explica Chamorro (2005) Este enfoque consiste en un rol protagonista del docente, donde este es el dueño de saber y lo que los alumnos van a aprender y como lo van aprender, es decir, es el profesor el que está encargado de traspasar este saber en su estado de acabado para que los alumnos repliquen lo enseñando de tal forma que no se pone en duda lo que el docente está enseñando, se considera al alumno incapacitado para construir conocimiento y se limita solo a lo que el docente necesita que el estudiante aprenda. Como menciona Chamorro “Así, el saber matemático, enunciado y explicado por el profesor, se imprime de un modo directo e inmediato en el alumno y, si existiese alguna intervención distinta de la palabra del profesor, los objetos matemáticos” (Chamorro, 2005, p. 12)

En el ideal de este modelo los errores no están permitidos, ya sea por parte del alumno como del docente, ya que están relacionados con el fracaso, por lo tanto, se espera que nunca aparezcan, en el caso del error está relacionado que el docente no llegó a las nociones que se requerían para comprender ese saber por lo tanto es la falta de un conocimiento o laguna pedagógica y por lo tanto el estudiante no puede encontrarse con esta situación. Como lo describe Chamorro “*el error está relacionado con el fracaso, le impide llegar al éxito en su tarea. Por ello, los errores pueden crear malos hábitos en los alumnos, pueden ocupar el lugar de la respuesta correcta. Las causas del error las suelen plantear los maestros en términos de lagunas, faltas, nociones parcialmente asimiladas*” (Chamorro, 2005, p. 14)

En el caso del modelo constructivista y en el cual aspiramos en esta investigación tiene características muy diferentes, en el caso de este enfoque: La idea fundamental de este enfoque es aprender matemáticas es construir matemáticas, lo que quiere decir que realmente se espera que

el estudiante logre construir su propio conocimiento y sentido del saber matemático. Si bien este nos permite una manipulación y como primer acercamiento para los estudiantes logra obtener una experiencia de aprendizaje con las matemáticas, este luego de un tiempo, es insuficiente y cuando las actividades constan de mayor cantidad de números, la estrategia no es la más económica, por lo tanto, tiene que buscar otras formas de resolución, que sean pertinentes para trabajar con números más grandes.

Chamorro nos menciona cuatro hipótesis para comprender mejor este enfoque:

La primera hipótesis consta en la acción, es construir una solución con la manipulación de objetos reales, probaran la validez e invalidez de sus propios procedimientos, a través de la manipulación de objetos, estas acciones le ayudaran a apropiarse de los problemas, comprender su naturaleza, como están formulados, así configuraran una representación a una situación que se le fue propuesta. Como menciona Chamorro *“conocimiento matemático a través de acciones concretas y efectivas sobre objetos reales y probarán la validez o invalidez de sus procedimientos manipulando dichos objetos. Estas acciones le ayudarán a apropiarse de los problemas”* (Chamorro, 2005, p. 15) es necesario que los estudiantes tengan oportunidades de interactuar con el medio, buscando sus propias estrategias, considerando sus conocimientos previos.

La segunda hipótesis la adquisición, es importante que los alumnos puedan compartir sus estrategias entre ellos para que vaya emergiendo el conocimiento matemático. El error es necesario que se aparezca para crear un desequilibrio de los esquemas donde puedan refutarlos o comprobarlos. Como menciona Chamorro *“constatación surgen las preguntas, las incertidumbres, la formulación de nuevas hipótesis, los debates entre los propios niños, y va emergiendo el conocimiento matemático. El error es, pues, necesario para producir desequilibrios”* (Chamorro, 2005, p. 25) es importante que el estudiante tenga un par, para aceptar o refutar su propia hipótesis o la de su compañero, se equivoque, busque una nueva resolución oportuna.

La tercera hipótesis menciona la organización e integración de los conocimientos, los conocimientos previos que poseen los estudiantes cobran real importancia donde los alumnos crearan sus esquemas basándose en lo que saben, configurando estos de tan forma que logren integrar el nuevo conocimiento a un esquema ya construido o volver a crear uno desechando el anterior, para crear nuevas hipótesis. Como menciona Chamorro *“Los aprendizajes previos de los alumnos se deben tener en cuenta para construir nuevos conocimientos, ya que estos no se producen a partir de la nada, su elaboración está sometida a adaptaciones, rupturas y a reestructuraciones”* (Chamorro, 2005, p. 23) es importante que los estudiantes consideren elementos que ya conocen que pueden ser útiles para resolver situaciones problemáticas y que estas puedan ser utilizadas tanto en la escuela como fuera de esta.

La cuarta hipótesis es preciso que los individuos puedan ayudar a otros, ya que el aprendizaje se produce en un medio social donde abundan las interacciones con otros, ya sean pares o con el docente, mediar una situación donde los alumnos logren debatir y defender sus posturas,

estrategias y considerar si es la más efectiva para resolver el problema. Como menciona Chamorro *“apoyada en la obra de Vygotsky, quien consideraba preciso tener en cuenta lo que un individuo puede hacer con la ayuda de otros, ya que el aprendizaje se produce en un medio social en el que abundan las interacciones”* (Chamorro, 2005, p. 24)

Esta teoría de las situaciones didácticas y las cuatro hipótesis que plantea Chamorro, es fundamental que aparezcan en la resolución de problemas, donde los alumnos tengan una etapa de acción, en la cual deban buscar e indagar su propia estrategia, situaciones en las que compartan con sus compañeros sus respuestas, validando o rechazando, buscar situaciones en las que integran sus conocimientos previos, que de lo que ya conocen y saben de la multiplicación lo pueden utilizar para resolver problemas multiplicativos, donde sea una herramienta y como el aprendizaje también es un medio social, es necesario crear situaciones donde los alumnos compartan y enseñen a otros como trabajan y como resuelven situaciones problemáticas.

### 5.3 Situaciones didácticas de las matemáticas

En el siguiente apartado se mencionarán la teoría de las situaciones didácticas nacen en la escuela francesa con el fin de crear escenarios artificiales de los conocimientos matemáticos, debido a que estos no se construyen de forma espontánea. Como menciona Isabel Panizza *“Se trata de una teoría de la enseñanza, que busca las condiciones para una génesis artificial de los conocimientos matemáticos, bajo la hipótesis de que los mismos no se construyen de manera espontánea”* (Panizza, 2003, p. 2). Es decir, se crean situaciones que el estudiante puede vivir o encontrarse en la vida cotidiana, en las cuales el conocimiento matemático es fundamental para resolverlo y este responde a la necesidad de transversalidad del saber, con el fin de lo que se aprende en la escuela también se pueda aplicar en otro contexto.

Esta teoría se basa en el modelo constructivista, debido a que el estudiante es el responsable de construir su propio conocimiento, a partir de las situaciones que el docente crea, con el fin de utilizar sus conocimientos propios creando un conflicto cognitivo entre lo que saben y lo nuevo, en el cual deben integrar o modificar sus esquemas elaborando un nuevo conocimiento. Como menciona Brousseau *“Los saberes (antiguos) se manifiestan como prerrequisitos”* (Brousseau, 2007, p. 106)

Dentro de las variables didácticas existen diferentes situaciones que se producen dentro de la sala de clases para que el aprendizaje sea significativo y con sentido para los estudiantes como hace referencia Brousseau (2007) y Panizza (2003), los cuales lo denomina situaciones didácticas y a-didáctica.

La situación didáctica se relaciona con una intención de un escenario problemático con el fin de que el estudiante resuelva con una determinada operación, construyendo un determinado saber, en otras palabras, el docente crea un problema, en el cual se guía una resolución con multiplicación, con el fin de que el alumno comprenda que la suma reiterada, material concreto u otra estrategia que implique la suma esta será

insuficiente, por lo tanto, es necesario obtener otra estrategia, la cual le permita resolver de forma eficiente y económica.

En el caso de la situación a-didáctica se produce dentro de la situación didáctica, en otras palabras, los estudiantes van buscando sus propias estrategias a través de sus conocimientos previos, es una interacción entre el aprendizaje ya existente y el nuevo, creando esquemas, estrategias, entre otras. Comprendiendo que lo aprendido se puede utilizar en diversos contextos, cuestionando y reflexionando sus saberes y resoluciones, descubriéndolo de manera autónoma.

La teoría de las situaciones didácticas comprende a su vez cuatro situaciones, las cuales son la acción, formulación, validación e institucionalización, describiremos a continuación en el siguiente apartado cada una para mejorar la comprensión.

### **Situación de acción**

Los alumnos toman decisiones proponiendo resultados después de estar en contacto con la actividad intencionada por el docente, mientras el estudiante este en contacto con situaciones de juego desarrollara nuevas estrategias. Como menciona Brosseau (2007) “pudimos observar que se necesitan varias partidas antes de que sean capaces de formular esta táctica, justificarla y finalmente sacar conclusiones” (p.21)

Una estrategia se adopta rechazando o aceptando según la apreciación que tenga el alumno sobre su eficacia, experimentando y descubriendo a través de la resolución de problemas, relacionándose con el medio. Las situaciones problemáticas otorgadas por el docente no deben prescindir de material concreto o pictórico, si por ejemplo lo que quiere enseñar es la multiplicación, debe provocar un conflicto cognitivo en el cual la suma o realizar palitos sea insuficiente, los estudiantes encuentran sentido a lo que resuelven por sí mismo.

En esta situación el docente toma un rol de evaluar lo que los alumnos van realizando, mediando las situaciones y validando sus conceptos, en este último aumenta la autoestima del estudiante y su autonomía, debido a que ve al docente como el experto en las matemáticas, por lo tanto, si su estrategia su propia estrategia es válida podrá a futuro buscar otras formas y respuesta a otros contextos.

### **Situación de formulación**

En este momento el estudiante debe formular y comunicar su hipótesis y estrategias, lo que, realizado en la acción, las acciones realizadas se ponen en duda, por lo tanto, el alumno debe estar consiente el procedimiento que ha ejecutado, para lograr comentarlo con sus otros compañeros. Se puede realizar una descripción o representación de sus resoluciones, por ejemplo: el docente escribe una situación problemática en el cual los alumnos deben resolver multiplicando, el alumno usa como estrategia la suma reiterada. En este caso el estudiante debe comunicar a sus compañeros porque utilizo esta estrategia, en que se fijó y que lo llevo a resolver de esa manera.

Con relación a lo mencionado anteriormente Brosseau menciona dos momentos en los que se pueden aplicar para crear situaciones en los que se debe formular:

El primer momento caso un estudiante recoge toda la información que realizan sus compañeros en acción, donde este no participa activamente, solo observa el procedimiento de sus compañeros.

En el segundo caso para realizar la actividad para poder llevarla a cabo no solo alcanza con que un alumno domine la resolución de la actividad, también debe comunicar a sus compañeros la estrategia que propone para convencerlos y poder resolver la situación problemática.

### **Situación de validación**

En esta fase las razones que un alumno pueda convencer a otro o pueda aceptar, lo que un estudiante le justifica, para cambiar su punto de vista serán construidas por ellos, prueba, debatidas, entre otras. Deberán sostener su opinión o demostrar que están en lo correcto. Además, el fin de la validación es poner en conflicto a los estudiantes, debido a que deben argumentar, buscar e indagar en sus ideas con el fin de convencer al otro de porque su estrategia es mejor que la de su compañero, las acciones realizadas se ponen en duda por lo tanto surge un conflicto cognitivo entre los alumnos, el medio y su estrategia.

El rol del docente en este momento es realizar preguntas en las cuales pongan en conflicto a los estudiantes, que invite a la reflexión, un rol de guía y mediador de ese instante.

### **Situación de institucionalización**

Es poner en articulación los aspectos teóricos y prácticos entre ambos procesos, en las acciones construimos el sentido de los conocimientos, que los alumnos construyen y definen las relaciones entre estos procedimientos y el saber cultural o científico, significa que la institucionalización supone preservar el sentido de los conocimientos que lo integran.

El rol docente en la institucionalización es fundamental como menciona Panizza *“Durante la institucionalización se deben sacar conclusiones a partir de lo producido por los alumnos, se debe recapitular, sistematizar, ordenar, vincular lo que se produjo en diferentes momentos del desarrollo de la secuencia didáctica, etc., a fin de poder establecer relaciones entre las producciones de los alumnos y el saber cultural”* (p. 15). En otras palabras, el profesor debe poner en concordancia lo que aprendieron los estudiantes e integrar estos conocimientos con el saber curricular, entregando el nombre teórico (formal), para que este sea aprendido por los alumnos en el caso de Chile está regido por las bases curriculares en los objetivos de aprendizaje.

Con relación a lo mencionado anteriormente, es necesario que los alumnos transiten por estas situaciones didácticas, debido a que es fundamental para que sea un aprendizaje significativo y con sentido. Ya que deben argumentar, debatir y confiar en sus conocimientos, buscar diferentes estrategias frente una misma situación indagar en sus conocimientos para construir un nuevo aprendizaje.

## **5.4 Enfoques de Resolución de problemas**

Dentro de la resolución de problemas nos encontramos con tres modelos de cómo se utilizan los problemas dependiendo de esto, se abordarán los problemas para el conocimiento matemático mencionados por Parra y Saiz (1997)

El primero es el problema como criterio del aprendizaje, como menciona Parra y Saiz (1997) a lo que le llamamos modelo normativo, este es muy común de traspasar el saber, es decir que se utiliza el problema para

aplicar, en otras palabras, el maestro produce los ejemplos y los alumnos deben replicar, imitar y ejercitar esta resolución para luego aplicarla en otros problemas similares, en este modelo el saber se entrega en su forma acabada o ya construido donde el estudiante solo debe limitarse a seguir el procedimiento que el docente le enseñó, este va de lo concreto a lo abstracto.

El segundo es el problema como manual del aprendizaje, mencionado por Parra y Saiz (1997) a lo que se le denomina como modelo incitativo, este considera los saberes previos e intereses de los estudiantes, pero este se limita a conocimientos vividos y útiles para los alumnos, es decir, depende mucho del cotidiano y si no hay otras situaciones que no surjan desde ahí estas no se enseñan limitando al estudiante, por lo tanto, no permite al alumno construir sus propias estrategias ya que depende de acontecimientos ocasionales.

El tercero es el problema como recurso de aprendizaje, conocido como modelo aproximativo por Parra y Saiz (1997), la resolución de problema como fuente de conocimiento, lugar y criterio donde existen etapas que son la acción (situación donde el alumno busca una solución a un problema planteado), formulación (confrontación de los procedimientos que se pusieron a prueba), validación (nuevas situaciones con diferentes obstáculos donde tendrá que rechazar o aprobar los procedimientos anteriores) e institucionalización (nuevas herramientas donde el docente evalúa y los alumnos ratifican la enseñanza).

Es en este último donde profundizaremos debido a que nuestra investigación acción estará basada en este modelo de resolución de problemas, donde se creen situaciones en las cuales los alumnos tengan que pasar por las cuatro situaciones didácticas, para que este aprendizaje sea significativo, utilicen la multiplicación como herramienta, conozcan que problemas pueden utilizar este recurso y en cuales es insuficiente, por este motivo es esencial que el docente guíe planifique y sea mediador para apoyar a los estudiantes, creando situaciones de conflicto donde debatan y discutan sus estrategias, dándole a los alumnos un rol protagonista en la construcción de su propio aprendizaje. Como menciona Itzcovich (2011) *“Los alumnos podrán poner en juego intuitivamente estas propiedades en la medida en que se les permita elaborar sus propios procedimientos. Estas propiedades podrán ser explicitadas en el trabajo colectivo luego de comparar estrategias de resolución. Se apuntará a que todos los alumnos puedan apropiarse de diferentes formas de resolver problemas”* (p.102) Es importante que los niños busquen sus propias estrategias de resolución, para que posteriormente pueda comprender aquellas propiedades de la multiplicación con sentido.

## 5.5 Enseñanza de la multiplicación

La multiplicación es una herramienta, que utilizamos para resolver determinados problemas que va más allá de saber las tablas de multiplicar o resolver el algoritmo, como se mencionó anteriormente, este conocimiento matemático, posee propiedades que la caracterizan y diferencian de otras operaciones.

El trabajo con la multiplicación no tiene que iniciar en el segundo ciclo necesariamente si no que puede comenzar en cursos tempranos, sin pretender que los alumnos de 6 años resuelvan problemas multiplicativos disponiendo de las tablas de multiplicar, si no que los estudiantes encuentren diversas estrategias puedan resolver estos problemas, tenemos que considerar que hay diferentes tipos de problemas algunos más sencillos y otros que son complejos. (Itzcovich, 2011), es decir que los estudiantes saben multiplicar antes de la enseñanza del algoritmo convencional, poseen concepciones que aparecen en las situaciones problemáticas, por lo tanto, no es una enseñanza que se deba aplazar si no que se puede trabajar en los primeros años.

Lo que si ha variado en los últimos años es como comenzar la enseñanza de la multiplicación, como abordar este aprendizaje, es decir, comenzar por el algoritmo, enseñar el significado del signo "X" o partir a través de un problema resuelto que sirva de modelo. (Broitman, 2010), la enseñanza de la multiplicación en general es mecanizada, sin sentido, los estudiantes aprenden de forma memorística las tablas de multiplicar, lo cual carece de comprensión el signo X, que en palabras simple indica una suma reiterada.

#### 5.5.1 Tipos de problemas multiplicativos

Para comenzar este apartado se dará un poco de contexto, con la idea de que se comprenda mejor el ¿por qué es importante enseñar la multiplicación a los estudiantes mediante la resolución de problemas? En este caso mencionaremos a Bachelard en Charnay (1994) De más está decir que la actividad de resolución de problemas ha estado en el corazón mismo de la elaboración de la ciencia matemática. "¡Hacer matemática es resolver problemas!", no temen afirmar algunos (p. 3). Lo que se quiere explicar con la cita anterior es que la resolución de problemas siempre ha estado presente, que fue la respuesta a estos los que inició las matemáticas, encontrar repuesta a cómo repartir un terreno, cuanto debo dar de vuelto o como puedo combinar los elementos que tengo disponibles, entre otros. Fueron estas preguntas las que posteriormente le dieron respuesta a través de las diferentes operaciones, es decir, que en un principio buscamos resolver estas diferentes dificultades que se presentaba en la vida cotidiana que era importante dar una solución.

Hacemos alusión a esta reflexión cuando también nombramos que el aprendizaje a través de la resolución de problemas debe tener un sentido: construir este sentido significa, que los estudiantes no solo sepan en qué situación deben saber cómo operar, si no que en también es saber cómo resolver frente a problemas nuevos, utilizando sus conocimientos y ser capaz de resignificar en estas nuevas situaciones, adoptar y transferir sus conocimientos para llegar a una solución. (Charnay, 1994)

Antes de nombrar los tipos de problemas que podemos encontrar en el campo multiplicativo es importante mencionar que es fundamental crear situaciones y contextos reales donde el alumno pueda poner en juego diversas estrategias para resolver las distintas situaciones en las que se vean enfrentados, permitiendo reorganizar su conocimiento reflexionando sobre la multiplicación y utilizarla como una herramienta en el cotidiano. Como menciona Itzcovich (2011) no todos los problemas multiplicativos son

de la misma naturaleza, los hay sencillos y más complejos. Entre esta variedad de problemas, es posible entonces identificar aquellos que para ser resueltos sea posible sumar una cierta cantidad de números iguales (p.90) como existen diferentes tipos de problemas es necesario que los estudiantes dispongan de diversas estrategias de resolución para que sean pertinentes al contexto.

Problemas de proporcionalidad directa: son aquellos problemas que se pueden resolver con una suma reiterada sin recurrir necesariamente a las tablas de multiplicar, si bien esta ayuda que sea una resolución más rápida y económica nos permite un primer acercamiento donde los alumnos comprendan que la multiplicación se trata de sumar reiteradamente un número y le permite también conocer la propiedad de proporcionalidad de la multiplicación, que será un aprendizaje útil en años otros años.

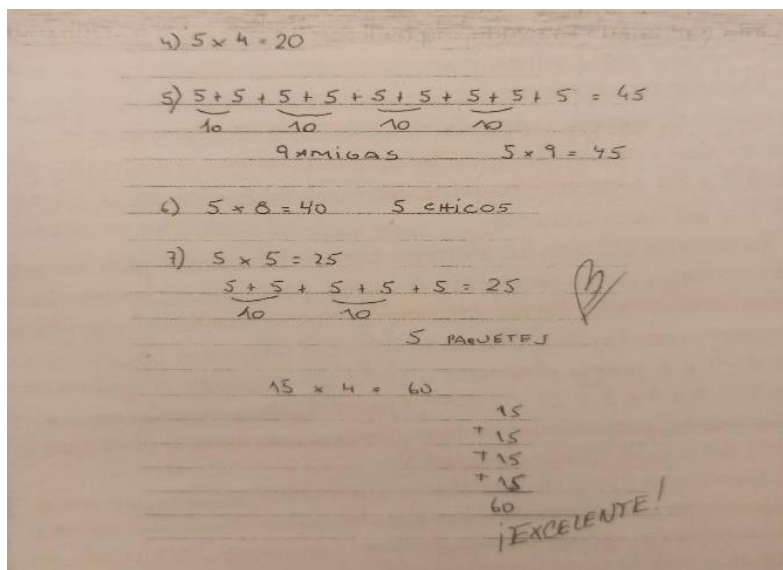


Imagen 1. Extraída de las matemáticas escolar Itcovich 2011

Problemas de organizaciones rectangulares: son aquellos problemas que implica armar patios rectangulares, utilizando ciertas cantidades de cuadrados, baldosas, entre otras. Por ejemplo, las butacas de un cine donde existen 5 filas y en cada fila hay 10 asientos, etc.

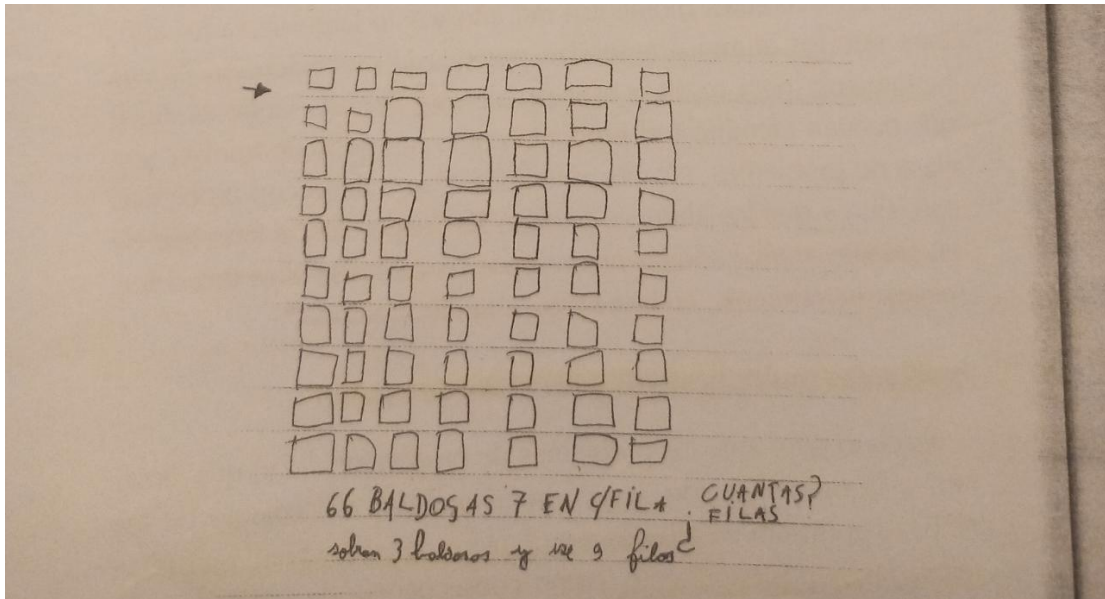


Imagen 2. Extraída de las matemáticas escolar Itcovich 2011

Como se refiere (Itcovich 2011) problemas de combinatoria este tipo de problemas necesita adquirir y combinar todos los elementos de una colección con otras, por ejemplo: se tiene tres poleras y cuatro pantalones cuantas combinaciones de ropa se pueden utilizar o cuantas tenidas se pueden hacer. Donde los alumnos tengan que descubrir que no se pueden olvidar ningún elemento, realizar dibujos, listas, anotar los elementos ocupados y combinados para no contarlo nuevamente, etc.

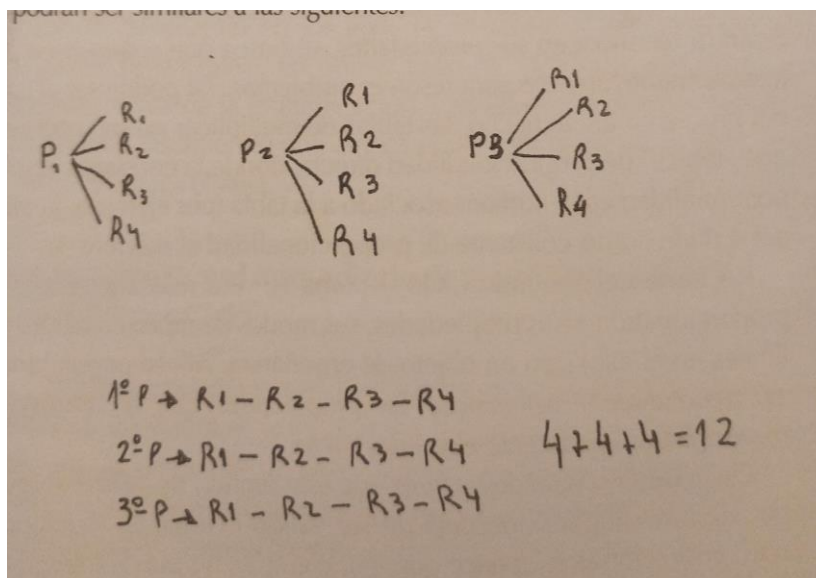


Imagen 3. Extraída de las matemáticas escolar Itcovich 2011

En relación con lo mencionado anteriormente Broitman (1999) señala que es necesario que los estudiantes se enfrenten a diferentes situaciones problemáticas, ir aprendiendo progresivamente e ir vinculando sus conocimientos para resolver nuevos problemas de mayor complejidad, ampliando los recursos de cálculos que se utilizan, buscar nuevas estrategias y sistematizar las propiedades que ya conocen

Para finalizar creemos que estas orientaciones didácticas son fundamentales y guía para nuestra investigación acción debido a que nos brinda la información necesaria para comprender, por que beneficia a los estudiantes aprender a multiplicar a través de la resolución de problemas y como utilizar este recurso de forma provechosa siguientes las diferentes situaciones didácticas, para crear un aprendizaje con sentido, reflexivo y crear alumnos protagonistas de su propio conocimiento.

## 6. Diseño metodológico

A continuación, se presentará el diseño metodológico de la siguiente investigación - acción se enmarca por medio del diseño de una secuencia didáctica donde se trabajó con la resolución de problemas multiplicativos como principal recurso didáctico, en el cual se pretende favorecer las prácticas de enseñanzas entorno a un análisis de la multiplicación en el área de las matemáticas, en el siguiente apartado se describirán las acciones a realizar. Creando un repertorio de cálculos multiplicativos, los cuales los alumnos puedan recurrir para resolver situaciones problemáticas que se utilice la multiplicación como una herramienta que se puede utilizar en todo contexto, no solo en la escuela. Además, se propone una puesta en común, en las cuales, los alumnos puedan discutir y buscar estrategias diversas, para buscar sus propias resoluciones, refutando o aceptando la estrategia de su compañero, también mezclar diferentes estrategias para facilitar su comprensión.

### 6.1 Enfoque investigación – acción

Este proyecto está basado en la metodología mencionada por Latorre (2003) la investigación – acción, la cual nos guía y nos provee de información necesaria para implementar este tipo de metodología, esta debe ser reflexiva sobre sus propias prácticas y todos los miembros involucrados deben trabajar en conjunto para buscar mejoras.

En el caso de los docentes es fundamental que sean reflexivos sobre sus mismas prácticas de enseñanza, pensar indagar y buscar nuevas formas de presentar la información y que este sea propicio para la diversidad de alumnado, participando en conjunto con los profesionales de la educación que estén disponibles para realizar un trabajo colaborativo que sean participativos y organizados en el proceso, cada miembro esté dispuesto a buscar el bien común para todos los estudiantes, reflexionando con un pensamiento crítico de si estas prácticas beneficia a todos y que estas reflexiones sean constantes y no solo por un periodo de tiempo, actualizando e investigando sobre nuevas prácticas, materiales, situaciones didácticas, entre otros.

En relación con lo mencionado anteriormente menciona Kemmis en Latorre (2003) *“La investigación-acción es una investigación sobre la práctica, realizada por y para los prácticos, en este caso por el profesorado. Los agentes involucrados en el proceso de investigación son participantes iguales, y deben implicarse en cada una de las fases de la investigación”*. (p 25). Como mencionamos anteriormente es fundamental del carácter participativo de todos los integrantes para que la investigación – acción, logre el impacto que se desea y los cambios esperados para mejorar las practica.

Es importante comprender que la investigación –acción, no es la una ni la otra, es decir, es un proceso constante entre investigar y poner en práctica lo aprendido, para ir mejorando constantemente las situaciones problemáticas que vayan surgiendo. Como menciona Latorre *“El foco de la investigación será el plan de acción para lograr el cambio o mejora de la práctica o propósito establecido. «Hacer algo para mejorar una práctica»*}}

*es un rasgo de la investigación-acción que no se da en otras investigaciones” (2003, p. 28)*

## 6.2 Contexto y Participante

### 6.2.1 Contexto

El contexto que motiva la investigación es el centro de práctica donde se desarrolla la experiencia laboral profesional. Es un establecimiento municipal de la comuna de independencia. Según la agencia de la calidad (2018) el establecimiento obtiene un puntaje SIMCE de 230 en cuarto básico en el área de las matemáticas obteniendo una categoría de desempeño medio – bajo. La escuela cuenta con programa de integración escolar y con ley SEP, según la información entregada por JUNAEB el colegio tiene un porcentaje de vulnerabilidad del 73%. Cuenta con 37 profesionales de la educación entre docentes y asistentes de aula. El promedio de alumnos por sala es de 37, lo cual es una dotación de 311 estudiantes aproximadamente de kínder a octavo básico.

La investigación – acción se desarrolló en un contexto complejo, las cuales las clases fueron modificadas para responder a una enseñanza virtual, escenario que cambio en reiteradas ocasiones, ya sea por la vuelta a la presencialidad en la cual se realizaron clases en formato hibrido, como también en los aforos, al principio los estudiantes podían acudir solo una semana al mes al colegio, posteriormente se con la vacunación a los niños del curso, se pudo aumentar la asistencia quedando en dos grupos, es decir los estudiantes podían asistir dos semanas al mes a la escuela pero debían conectarse on - line cuando no les tocaba asistir.

Las practicas observadas fueron en un 4to año básico, se identifica un modelo tradicional, basado en un enfoque empirista, debido a que las clases son expositivas, donde le docente es modelo y enseña cómo se deben resolver los ejercicios o problemas, en primera instancia se realiza un paso a paso y posteriormente los alumnos deben replicar y ejercitar tal y como el profesor indica, dándole un rol protagonista al docente.

### 6.2.2 Participantes

Dentro de los participantes se seleccionaron seis alumnos de cuarto básico, para implementar la secuencia didáctica basada en la resolución de problemas multiplicativos, se pensaron tres criterios: El primer criterio, se consideró las apreciaciones de la docente de básica y la educadora diferencial del curso, a las cuales se les pidió que eligieran alumnos al azar de distinto nivel en el área de las matemáticas, para tener una diversidad de estudiantes y distintos resultados que analizar. El segundo criterio, las apreciaciones de la profesora del curso en cuanto a responsabilidad y participación en clases, aquellos alumnos que no suelen faltar, tengan una buena asistencia y un compromiso de parte de la familia para poder tener una continuidad de la secuencia didáctica.

### 6.3 Descripción de la acción

Como se mencionó anteriormente esta investigación acción está apoyada en el enfoque constructivista basada en la resolución de problemas para la adquisición de herramientas que faciliten y favorezcan el aprendizaje de la multiplicación con sentido y de forma significativa para poder llegar al algoritmo convencional.

En la siguiente situación didáctica basada en la resolución de problemas también se presentaron diferentes estrategias de la comprensión de la multiplicación, la idea es que los estudiantes reflexionen sobre sus propias estrategias, además se consideraron las situaciones didácticas propuesta por Brousseau, la acción, formulación, validación e institucionalización del aprendizaje para que este sea significativo para los estudiantes y con sentido. Para finalizar se va a realizar una conversación y puesta en común de lo realizado.

Además, en cada instancia problemática se planificaron instrucciones donde se crean situaciones que genere conflictos entre los estudiantes, en las cuales estos puedan confrontar y defender sus propias estrategias, se trabaja y reflexiona sobre el error, creando un rol protagonista en el alumno y el docente sea guía y mediador de estas situaciones.

La modalidad de esta secuencia didáctica fueron de cinco intervenciones presenciales y dos online, dando un total de siete sesiones, la acción se realizó de forma individual para que los alumnos puedan crear su propia resolución para resolver problemas, en cuanto a la formulación, validación e institucionalización, se llevó a cabo bajo una modalidad grupal para que los alumnos debatan sobre sus resoluciones, defiendan sus respuestas y creen nuevas estrategias a partir de lo expuesto con sus compañeros.

- **Etapas diagnóstica**

Esta etapa tiene como propósito conocer como resuelven los estudiantes problemas multiplicativos, que estrategias utilizan, si logran comprender que deben que utilizar esa operación, saben o conocen de esa operación. Sesión 0: En esta etapa se pretende aplicar una prueba diagnóstica informal con variedad de problemas multiplicativos (problemas de proporcionalidad, organizaciones rectangulares y combinatoria) para identificar como resuelven los problemas los seis estudiantes y sus conocimientos previos respecto a la multiplicación antes de la aplicación de la secuencia didáctica (45 a 60 min aprox).

- **Etapas de intervención (implementación)**

En esta etapa consta de siete sesiones, de las cuales se espera que los estudiantes aprendan a utilizar la multiplicación como una herramienta para resolver problemas, tienen una duración de 45 a 60 min y se pensaron de forma individual y dos serán en parejas, aquellas que se utilizaron material concreto, en este caso cartas y dados. Continuación, se describe el propósito y la actividad principal de cada sesión:

**Sesión uno:** Se trabajará en modalidad presencial actividades, para obtener un aprendizaje de la multiplicación con sentido, creando un repertorio de cálculo con los dobles, triples y cuádruples de los números. En el cual, los alumnos deberán contar las ruedas de bicicletas, triciclos y autos, para tener un referente a partir de lo que conocen y logren darse cuenta de las regularidades que existe entre estas tablas, ampliando el repertorio de cálculos de los alumnos.

**Sesión dos:** En modalidad online se construyeron diferentes tablas con la serie numérica del cuatro, seis y nueve, pero a estas le faltan algunos resultados, con el fin de que el estudiante deba rellenar, identificar y descubrir las regularidades

**Sesión tres:** Se realizarán actividades en modalidad online, los estudiantes tengan la posibilidad de identificar las regularidades que existen en las tablas de multiplicar con un cuadro donde se exponen las tablas del 1 al 9. En esta sesión se esperó que los alumnos tendrán otras oportunidades para conocer aquellas regularidades de la multiplicación complementando con la información de la sesión anterior, ampliando su repertorio de cálculos multiplicativos.

**Sesión cuatro:** Se agruparon los estudiantes de forma presencial en parejas, en esta sesión los alumnos jugarán con dados, tendrán que multiplicar los resultados e identificar qué elementos que se han utilizado en las sesiones anteriores los puede ayudar para resolver estas multiplicaciones, luego de tirar un dado cada estudiante. Se le entregara otro a cada uno, por lo tanto, tendrán que sumar el resultado de sus dados y multiplicarlo con el resultado de su compañero. Los niños deberán jugar y argumentar a sus compañeros su estrategia para llegar al resultado correcto, convencerlos de que esa es la respuesta, las razones y convencer a sus compañeros de su estrategia y ver si logra cambiar o aceptar su punto de vista.

**Sesión cinco:** Se agruparon a los estudiantes en pareja de forma presencial, en este momento los estudiantes jugarán con cartas, tendrán que multiplicar los números de las cartas, en el caso de las cartas A, J, Q K, tendrán valores designados correspondientes al 1, 11, 12 y 13. Esta clase tuvo la misma intención que la clase anterior, como fin que los estudiantes vayan descubriendo, multiplique, utilicen los cálculos que ya conocen, descubran nuevas estrategias que les ayude a resolver de mejor manera los ejercicios y a su vez comuniquen sus resoluciones a sus compañeros.

**Sesión seis:** Se realizó una sesión grupal de modalidad híbrida con los estudiantes, en esta con la propiedad conmutativa de la multiplicación, posteriormente se darán algunos ejercicios para que los estudiantes puedan identificar y relacionarlo con lo que ya resolvieron, dándole sentido al conocimiento nuevo y con el ya aprendido. A su vez, otorgándole el nombre formal, este aprendizaje tenga sentido y puedan utilizarlo en la vida cotidiana.

- **Etapa de evaluación**

Sesión siete: Se reunirá a los estudiantes de forma individual (presencial) para aplicar una evaluación informal basada en algunos ítems de la prueba de Nólfa Ibáñez, que es el dictado y la resolución de problemas, se tomará en cuenta los diferentes tipos de enunciados problemas simples, problemas invertidos y de complejidad lingüística. Además, se proporcionarán diferentes tipos de problemas multiplicativos, los cuales son: problemas de proporcionalidad directa, organizaciones rectangulares y de combinatoria. Con el fin de conocer como son las resoluciones de los alumnos después de la intervención, si fue un beneficio para su aprendizaje de las matemáticas en el área de la multiplicación.

#### 6.4 Instrumentos de recolección de la información

En el siguiente apartado se describirán los instrumentos para la recolección de información de la investigación acción:

- Se realizará una evaluación informal (ver anexo 2) al inicio como prueba diagnóstica, donde los alumnos resolverán distintos problemas multiplicativos, para conocer como resuelven los estudiantes y los conocimientos previos que tienen sobre la multiplicación hasta el 10x10. Al final de la secuencia didáctica se realizará una evaluación informal donde se utilizarán algunos ítems de la prueba de Nólfa Ibáñez, donde se abordarán los apartados de resolución de problemas con diferentes enunciados, para que los alumnos tengan la posibilidad de enfrentar diferentes contextos, con el fin de saber si el poder o no resolver un problema se debe al enunciado o a la operación que el estudiante eligió.
- Se utilizará notas de campo (ver anexo 4) a modo de registro descriptivo y reflexivo para anotar y analizar, lo que realizan los estudiantes, resoluciones, cómo resuelven, estrategia, justificaciones, opinión y como defienden su postura, entre otras. Observaciones de las interacciones de los participantes, que dicen respecto a las intervenciones o ejercicios, sus errores, tipo de respuestas, dificultades, entre otras. Las notas tendrán preguntas reflexivas que permitan recabar la mayor información se utiliza como referencia la utilizada por Latorre (2007) ¿Dónde tuvo lugar la observación? ¿Quién estaba presente? ¿cómo era el ambiente físico? ¿qué interacciones sociales tuvieron lugar? ¿Qué actividades se realizaron? ¿otra información descriptiva? Con el fin de tener la información necesaria descriptiva y reflexiva sobre lo ocurrido en las sesiones.
- Observación participante por medio de las grabaciones de audio (ver anexo 4) para consolidar información importante que se utilizara en la investigación acción, en los momentos de acción, validación y formulación para conocer que dicen los estudiantes de forma oral sobre sus resoluciones, estrategias utilizadas, debate que se produzcan, e intercambio para conocer los procesos y dificultades persistentes de los participantes. Como menciona Latorre (2007)

“análisis de datos entre las que se incluyen la observación y la participación directa.” Esta observación es importante debido a que el investigador se implica en los fenómenos que van ocurriendo en cada momento, la cual permite la reflexión para estar comprometido con el estudio de su práctica profesional como docentes.

- Se realizará un análisis de documentos, donde se evidencie los resultados obtenidos, antes, durante y después de la intervención (ver anexos), se sistematizarán y serán objeto de estudio en la investigación acción. Además, permite evidenciar el aprendizaje de los estudiantes con imágenes de sus producciones, consolidando la información importante que proporciona el análisis de los diferentes documentos.

| Objetivo  | Estrategia de recolección de información           | Información/ Evidencias que quiero conocer   |
|---|--|--|
| <b>Analizar los conocimientos previos que poseen los estudiantes para resolver problemas multiplicativos</b>                                | Instrumento de evaluación informal del aprendizaje | Conocer como resuelven los problemas los estudiantes de 4° básico antes de la secuencia didáctica.<br>Conocer que saben los estudiantes respecto a la multiplicación ¿en qué ocasiones utilizamos la multiplicación en la vida cotidiana?<br>Saber que resuelven cómo lo hacen sus estrategias antes de la implementación.   |
| <b>Describir principales dificultades que presentan los alumnos de 4° para resolver problemas multiplicativos durante la implementación</b> | Notas de campo<br>Observación participante         | Conocer las estrategias que utilizan los estudiantes que pueden dificultar el aprendizaje de la multiplicación durante la implementación de la secuencia didáctica<br>Las notas de campo permitirán registrar las principales dificultades que presenten los estudiantes frente a la multiplicación<br>La observación participante, se registrará mediante grabación de audio servirá para reescribir el dialogo ante situaciones que sean fundamentales para describir aquellas dificultades que presenten los alumnos para |

|   |   |  |
|---|---|--|
|   |   | resolver problemas multiplicativos   |
| <b>Describir los principales facilitadores que presentan los alumnos 4° para resolver problemas multiplicativos durante la implementación</b>   | Notas de campo<br>Observación participante<br>(Grabaciones de audio)                              | Conocer las principales estrategias que utilizan los alumnos que pueden facilitar el aprendizaje de la multiplicación durante la secuencia didáctica. Con las grabaciones se pretende complementar la información, aquellas reflexiones que realicen los estudiantes que sean útiles para la investigación acción. Las notas de campos se utilizarán para consolidar la información que fue facilitador en la resolución de los problemas multiplicativos durante la implementación. |
| <b>Comparar los aprendizajes de los estudiantes de 4° antes y después de la implementación de la secuencia didáctica en los problemas multiplicativos en el área de las matemáticas</b> | Instrumento de evaluación informal (ítems de la prueba de Nolfá Ibáñez)<br>Análisis de documentos | Comparar los resultados de la evaluación informal antes y después de la implementación. Como influye en el aprendizaje de la multiplicación la secuencia didáctica. Con el análisis de documentos se espera comparar las resoluciones que realizaron al principio y las que utilizan al final de la implementación, como utilizaron el repertorio de cálculos, si se quedaron con sus conocimientos previos o agregaron esta nueva información a su estructura.                      |

Se compararon los resultados obtenidos, comenzando con la evaluación diagnóstica, es necesario extraer la información relevante para conocer como resuelven los estudiantes cuando se enfrentan a una situación problemática que requiere la multiplicación como herramienta de resolución. En la etapa de implementación se reconoció las principales dificultades y facilitadores, antes y después de esta para conocer los resultados obtenidos. Considerando la evaluación final para conocer como resuelven problemas multiplicativos los estudiantes posteriores a la secuencia didáctica.

## 7. Resultados de la investigación

En este apartado se dará a conocer los resultados de la investigación - acción realizada con seis alumnos de 4to año básico, de una escuela municipal de la comuna de independencia.

Los resultados se dividen en tres apartados: etapa diagnóstica, implementación y análisis de resultados de la investigación.

Con relación a la etapa diagnóstica se realizó en modalidad presencial que da a conocer las principales estrategias que utilizan los alumnos para resolver problemas multiplicativos, en qué se fijan, sus conocimientos previos antes de la implementación, ¿cómo resuelven?, entre otros. Posteriormente se realizará la relación de la etapa de investigación con los objetivos planteados, a partir de los conocimientos previos, los principales facilitadores y obstaculizadores. Para finalizar con el análisis de resultados, como beneficia el aprendizaje de la multiplicación utilizando la resolución de problemas como punto de partida, utilizando las situaciones didácticas propuestas por Brousseau.

### 7.1 Resultados del diagnóstico

Esta etapa tiene como objetivo identificar los conocimientos previos que poseen los estudiantes, respecto a la resolución de problemas multiplicativos, principales estrategias, respuestas y comprensión.

Esta sesión se realizó en modalidad presencial, la cual se expusieron a los alumnos a siete distintos problemas, simples, rectangulares, invertidos, entre otros con la consigna de ayudar a Matilda en el siguiente rango numérico era de  $U \times U$  hasta  $C \times U$ , además se realizó un dictado para saber si los estudiantes comprendían resolver multiplicaciones y si conocían las tablas de multiplicar. Se destinó tiempo para posteriormente los estudiantes entregaran sus hojas y resultados, estos ejercicios no se comentaron entre los estudiantes, debido a que su objetivo era conocer los conocimientos previos.

La evaluación diagnóstica consistió en dos ítems, el primero era resolver siete problemas y el segundo trataba de un dictado de cuatro multiplicaciones, multiplicativos diferentes con el fin que los estudiantes tuvieran varias oportunidades de resolver y utilizar una estrategia propia. En esta sesión resolvieron de forma individual, posteriormente estos resultados serán analizados para conocer las principales resoluciones.

La consigna fue ayudar a Matilda, la cual tenía varios problemas en un contexto real, que los alumnos se podían ver enfrentados, como lo es repartir, comprar, entre otras.

Los participantes de esta sesión fueron los seis alumnos, obteniendo una asistencia completa: (A), (B), (C), (D), (JE) y (JO). Estos alumnos tienen 10 años y pertenecen al cuarto año básico, mismo curso en la que se realizó la práctica profesional.

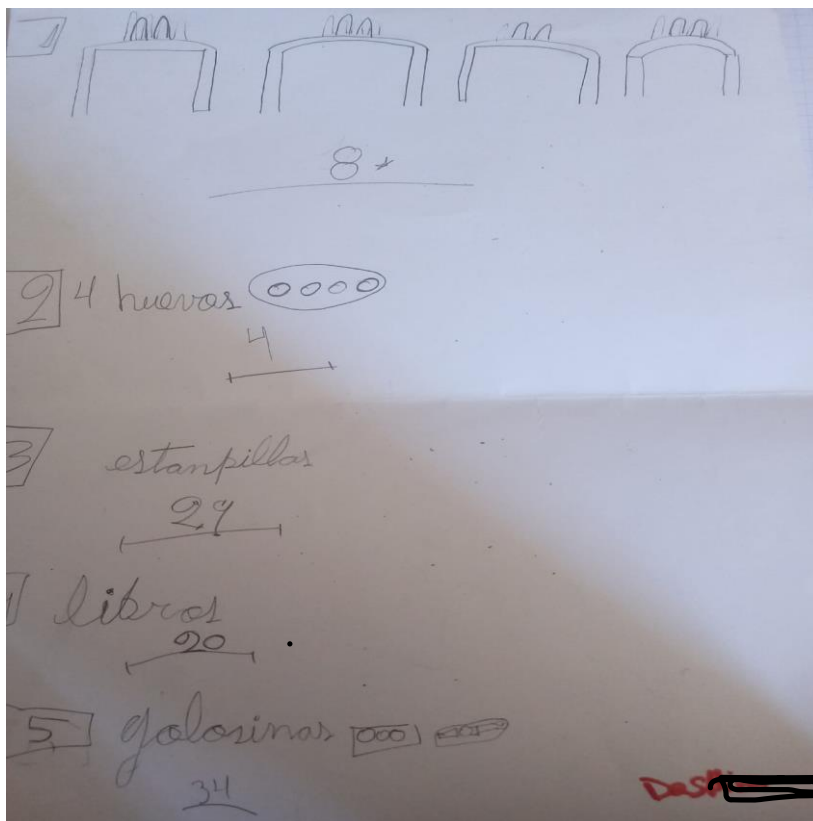
A continuación, se presentarán algunos resultados, tres problemas de los siete realizados, es decir, se seleccionaron tres problemas para el análisis de resultados, debido a que estos poseen características similares, en cuanto a enunciados y como resolverlos.

El primer problema es el siguiente:

Matilda ayuda a la profesora, coloca dos lápices en cada una de las 4 mesas que hay en clases. ¿Cuántos lápices coloca en total?

Antes de leer el problema a los estudiantes, se les contextualiza que deberán resolver distintos problemas que tiene Matilda y que necesita de nuestra ayuda.

Al principio los estudiantes no comprendieron el problema, por lo tanto, se le volvió a leer y comenzaron a pensar en cómo resolverlos, se logró observar tres tipos de resoluciones diferentes. La primera consiste en apoyo pictórico, es decir, los alumnos dibujaban los lápices, dos por mesa, luego cuentan llegando al resultado de ocho. Como se observa en la siguiente imagen del alumno (D):



Otra forma de resolver era con apoyo digital, es decir los alumnos utilizaban los dedos para contar, posteriormente anotaban el resultado en sus hojas, como se observa en la siguiente imagen del alumno (A):

1) 6

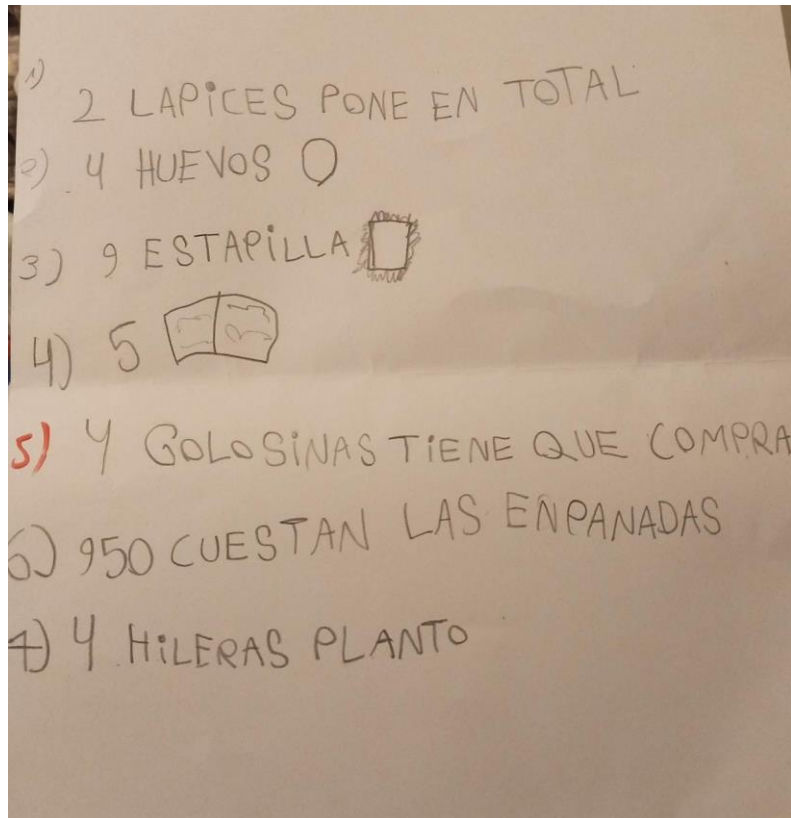
2) 20

3) 29

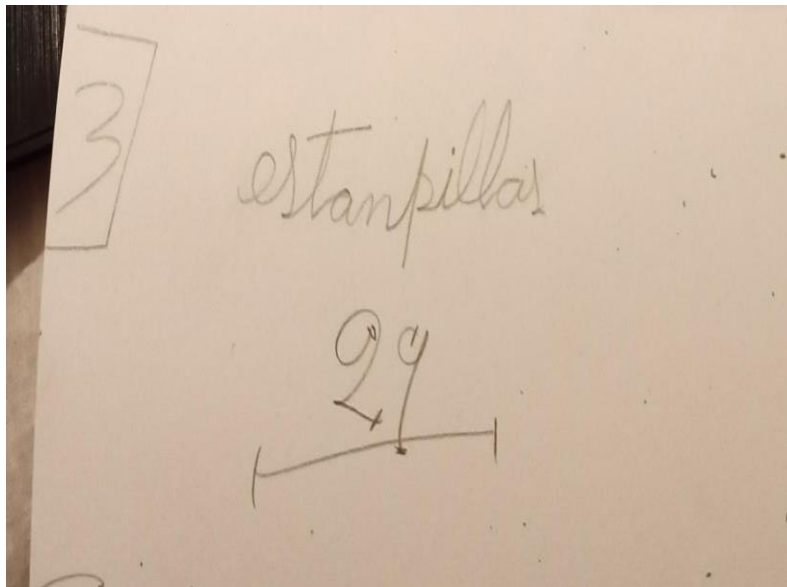
4) 20

5) 121

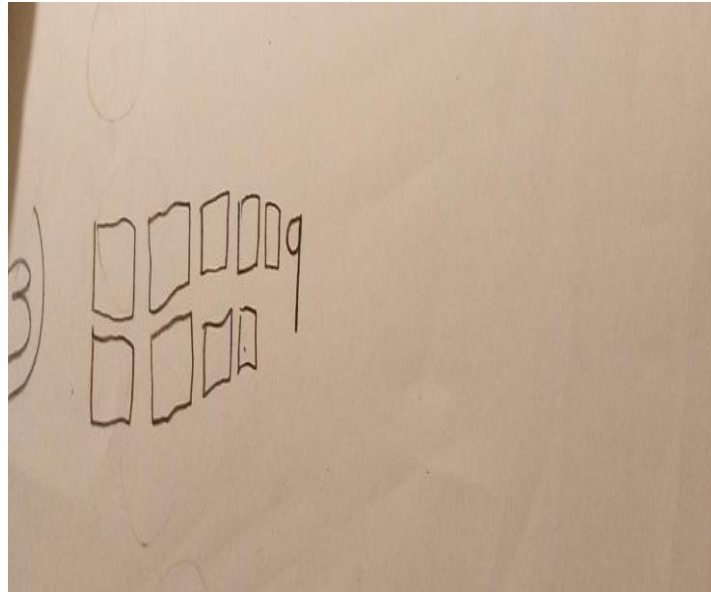
La tercera forma que se observó era que los estudiantes no comprendieron el problema o creyeron que el resultado estaba en uno de los datos, por lo tanto, no resolvieron el problema, es decir, al preguntar ¿cuántos lápices colocó Matilda en total? ellos respondieron que dos, sin darse cuenta de que eran dos por cada mesa, como se logra observar en la siguiente imagen del alumno (JO):



El segundo problema seleccionado es el siguiente:  
En cada página de su álbum, Matilda pegó 9 estampillas de colección. Tiene 20 páginas completas. ¿Cuántas estampillas pegó en total?  
Antes de comenzar a resolver si lee el problema, asegurando que todos los estudiantes lo comprendieron, además se da un sinónimo de estampilla por laminas para aquellos estudiantes que lo conocen con ese nombre. Se observaron dos resoluciones diferentes. La primera los estudiantes sumaron las nueve las láminas con las 20 páginas, es decir, no hicieron la diferencia que cada página tenía nueve estampillas, resolviendo el problema con una suma de cada dato. Como se observa en la siguiente imagen del alumno (D):



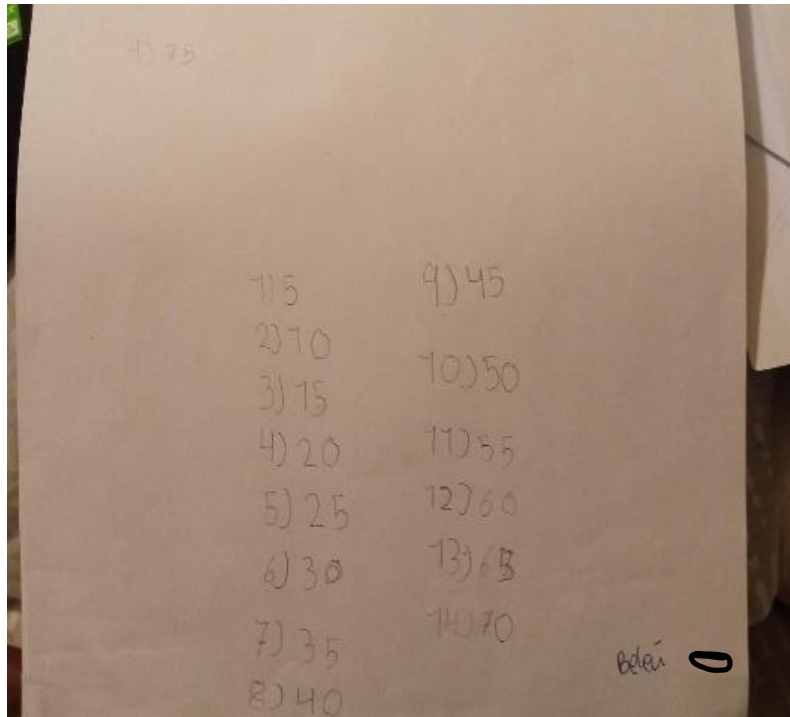
La segunda forma que se observó fue que los estudiantes se quedaron con uno de los datos, en este caso el nueve, es la misma situación de problema anterior, en otras palabras, los estudiantes creen que el resultado del problema se encuentra en el mismo enunciado, sin tomar en cuenta el otro dato importante. Como se observa en la siguiente imagen del alumno (C).



El tercer problema seleccionado fue el siguiente:

Matilda quiere ayudar a su papá en su editorial envía libros a librerías de distintas provincias. Los libros se colocan en cajas y caben 5 en cada una. El lunes armaron 15 cajas. ¿Cuántos libros mandaron?

Respecto a lo observado en este problema, si bien se posee la misma característica que el problema anterior, hay una resolución diferente a las descritas anteriormente, la alumna Belén realiza una secuencia numérica de 5 en 5, es decir anota la tabla del 5 hasta llegar al 15 y luego anotar el resultado del 15 en las respuestas, lo cual sugiere que comprende que para resolver el problema se puede realizar una suma reiterada de 5 en 5. Como se logra identificar en la siguiente imagen del alumno (B).



Dictado

En relación con el dictado realizado los estudiantes en su mayoría contestaron correctamente las multiplicaciones pedidas, algunos se la sabían de forma memorísticas, otros usaron apoyo digital, suma reiterada. También se observa casos en los cuales los alumnos colocaban correctamente el signo X pero al resolverlo realizaban una suma de ambos factores. Como se logra observar en las siguientes imágenes con los alumnos A, C y B:

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
|     |     |     |
| (A) | (B) | (C) |

Los principales facilitadores que se logran identificar, es que los estudiantes buscan diferentes formas de resolver los problemas multiplicativos, ya sea

con apoyo digital, simbólico y pictórico, dando una gran variedad y diferentes estrategias.

La principal dificultad es la comprensión de problema, si bien los problemas se parecían entre sí, los estudiantes no traspasaron su estrategia que fue útil para algunos en el primer problema el segundo y el tercero, lo que se puede inferir que la comprensión de los datos no fue la óptima, debido a que los alumnos no traspasaron la primera resolución a los otros problemas, aquello que ocurrió puede ser por al ámbito numérico de estos últimos.

Luego de realizar la evaluación con estos dos ítems, se puede concluir que al momento de tener que aplicar esta herramienta en una situación problemática, en la cual se debe multiplicar, estos no identificaban esta operación como una posible resolución.

## 7.2 Implementación de la experiencia para resolver problemas multiplicativos

En este apartado se analizarán las principales dificultades y facilitadores que presentan los estudiantes de cuarto básico para resolver problemas multiplicativos, aquellas actividades que resultaron ser beneficiosa para el aprendizaje y las barreras observadas.

### Facilitadores

Respecto a los facilitadores, se presentaron actividades para trabajar con las tablas de multiplicar, sin la necesidad que estas fueran memorísticas, si no que lograran identificar regularidades propias del sistema de numeración que se pueden utilizar para resolver las actividades realizadas, como se observa en las siguientes imágenes:

*¿CUÁNTAS RUEDAS TIENE UNA BICICLETA?*

| Entonces... | Resultado |
|-------------|-----------|
| 2           |           |
| 3           |           |
| 4           |           |
| 5           |           |
| 6           |           |
| 7           |           |
| 8           |           |
| 9           |           |
| 10          |           |



Esta foto de Autor desconocido está bajo licencia CC BY-SA NC

MIRA LA SIGUIENTE TABLA Y COMPLETA LOS RESULTADOS QUE CONOCES O YA HEMOS TRABAJADO ANTERIORMENTE

| X | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 1 |    |    |    | 5  |    |    | 8  |    |
| 2 |   | 4  |    | 8  |    |    | 14 |    |    |
| 3 |   |    | 9  |    | 15 |    |    |    | 27 |
| 4 | 4 |    |    | 16 |    |    | 28 |    |    |
| 5 |   | 10 |    |    | 25 |    |    |    |    |
| 6 |   |    | 18 |    |    | 36 |    | 48 |    |
| 7 | 7 |    |    |    |    |    | 49 |    |    |
| 8 |   |    | 24 |    |    |    |    |    | 72 |
| 9 |   | 18 |    |    |    | 54 |    |    |    |

Los alumnos resuelven identificando patrones, al menos se lograron identificar tres estrategias diferentes la primera es sumar dos, es decir van sumando de dos en dos para resolver la tabla.

Como segunda resolución fue identificar la serie numérica, contando de dos en dos, utilizando apoyo digital, es decir, comienzan por el dos, cuentan con los dedos, tres, cuatro anotando este último en la tabla, siguiendo la secuencia numérica.

Respecto a la imagen adjuntada anteriormente, en la actividad en la cual los alumnos debían llenar una serie numérica, las estrategias utilizadas fueron muy parecidas a la descrita en el apartado de arriba, la alumna (B) después de que sus compañeros no pudieron comenzar a rellenar una tabla explica su estrategia.

B: "Busque un número que me diera 14, como segundo número, en la anterior era el mismo número sumado me dio 8, busque un número que sumado me dio 14"

Como se observa en la cita anterior la alumna realiza un ensayo y error, se puede inferir que ella sabía que el segundo número era el doble de este, por lo tanto, busco que numero que es el doble da como resultado 14, intuitivamente, la estudiante sin darse cuenta está trabajando con la tabla del dos.

Con respecto a las clases sesiones trabajadas con cartas y dados ocurrieron situaciones parecidas, un facilitador fue que los alumnos lo venían como un juego en el cual podían aplicar recursos vistos previamente, considerando que la multiplicación era una suma reiterada o sumar más un determinado número para que dé el resultado que necesita, ya sea con apoyo digital, simbólico o pictórico, este tipo de actividades no solo permite que los estudiantes interactúen con las tablas de multiplicar con un sentido, comprendiendo también la relación que existe entre estas y la suma, sino que a su vez creen sus propias estrategias, considerando sus conocimientos previos, modificándolas y trasladarlas a otro contexto, como se logra identificar en las siguientes citas.

“A: anoto 2 palitos y cuento dos, +2 +2 y registro las veces que ya sume dos hasta llegar a 4”  
“JO: yo lo pienso en la mente  $4 \times 2$  es  $4+4$  y eso es 8”  
“D: en la primera nos salió  $6 \times 5$ , entonces busqué el 6 en la tabla y conté 6 más, 5 veces, 6, 12, 18, 24, 30 (estos números estaban marcados en la tabla de 100) el resultado es 30”

Estas actividades están relacionadas con la situación de acción de Brousseau, debido a que los estudiantes, interactuaron, buscaron sus propias estrategias, consideraron sus conocimientos previos para llegar a una resolución, indagaron si la forma de resolver era pertinente para las actividades. También tuvieron oportunidades de formulación, defendieron su estrategia, corroboraron con sus compañeros, aceptando o rechazando sus resultados.

### Obstaculizadores

Las principales dificultades que se observaron en la implementación es que los estudiantes no cambiaban de estrategia, si los números tenían un ámbito numérico mayor, como fue en el caso de las cartas las estrategias seguían siendo las mismas, suma reiterada en su mayoría sin utilizar la multiplicación como un recurso.

Otra barrera, fue la asistencia de los estudiantes a las sesiones, debido que solo una vez se obtuvo asistencia completa, por lo tanto, fue difícil registrar los avances de cada estudiante.

Además, aunque se les anticipó a los estudiantes que podían utilizar en las actividades las tablas, secuencias numéricas, tabla pitagórica realizada por ellos, venían a las sesiones que trabajaron de forma individual, y no acudían a estos recursos, hubo algunas excepciones, pero fueron mínimas. Respecto a los conocimientos previos de los estudiantes, fueron fundamentales para que ellos construyeran sus propias estrategias, identificando aquellas regularidades del sistema de numeración, que son necesarias para comprender la multiplicación como una herramienta.

## 7.3 Resultados posterior a la implementación

En el siguiente apartado se relatará la evaluación final implementada para conocer como impacto que generó los estudiantes la implementación, avances, dificultades y su comprensión, resultados.

Antes de mencionar los resultados, los apartados, características e ítems de la prueba final. Cabe importante mencionar que paralelo se realizaba la etapa de implementación en el aula regular a docente comenzó a abordar los objetivos de multiplicación. La investigadora realizó la primera clase para introducir este contenido, realizando una serie de problemas lineales, en los cuales comenzaba con números de la UxU hasta la UxC, las primeras resoluciones eran muy parecidas a las realizadas en la etapa diagnóstica, a través de suma reiterada, apoyo digital, pictórico, entre otros. Al ir aumentando el ámbito numérico muchos de los estudiantes sintieron la necesidad de cambiar de estrategia, por ejemplo el apoyo pitagórico eran insuficientes para lograr aquellos problemas, por lo tanto se produjo la necesidad de aprender un método económico y pertinente para resolver aquellos problemas, debido a esta intervención se comenzó trabajar con el algoritmo convencional, apoyado de la tabla pitagórica entregada por la



## 8. Conclusiones

Esta investigación acción fue desarrollada con seis alumnos, compañeros de cuarto año básico con edad de 10 años de un establecimiento municipal, ubicado en la comuna de independencia, cabe destacar que fue el mismo centro educacional y curso en el cual se realizó la práctica profesional.

En el cuarto año básico se observaron clases de matemáticas las cuales estaban inclinadas a un enfoque empirista, debido a que el docente, es el experto, por lo tanto la enseñanza se reduce a lo que él quiere enseñar y como deben proceder los estudiantes, utilizando un paso a paso, de forma intensiva, no se puede saltar u operar de otra forma, por lo tanto cuando se presentaron resolución de problemas a los estudiantes, se les dificultaba resolver buscando una estrategia propia, debido a que estaban acostumbrados a que les indicaran como debían resolver, es decir, se utilizaba la resolución de problemas de forma tan mecanizada y solo para aplicar el algoritmo que los estudiantes no evaluaban la situación y resolvían a través de sus conocimientos previos.

Debido a esta situación observada, se planteó realizar una secuencia didáctica para resolver problemas multiplicativos que favorezcan el aprendizaje de las matemáticas, considerando la enseñanza constructivista, utilizando las situaciones didácticas descritas por Brousseau, con el fin de que los alumnos busquen, indaguen su propia estrategia, argumenten, explique sus propias hipótesis y la defiendan, obteniendo un aprendizaje significativo y con sentido para los estudiantes. El objetivo es analizar cómo resuelven los estudiantes situaciones problemáticas antes de aprender a utilizar la multiplicación, aplicando sus conocimientos previos, buscar una estrategia de resolución. También era relevante saber las principales dificultades, que enfrentaban los estudiantes ante una situación problemática y observar los facilitadores, durante y después de la implementación, como influyeron directamente las situaciones didácticas de acción, formulación, validación e institucionalización de Guy Brousseau.

En relación con lo mencionado anteriormente la etapa diagnóstica es relevante conocer que saben los estudiantes antes de la implementación, ¿qué resuelven?, ¿cómo lo hacen?, ¿en qué se fijan?, si utilizan sus conocimientos previos, ¿cómo cuáles? a partir de estas preguntas guías, se observó y analizaron los resultados de la evaluación.

Las principales barreras que se identificaron fue la comprensión del problema, los estudiantes están acostumbrados a que le dijeran que operación ocupar, que al momento de buscar una estrategia propia era difícil que resolvieran el problema correctamente. Los problemas fueron leídos en reiteradas ocasiones asegurando que la comprensión de este no afectara a la resolución, aun así, algunos estudiantes no lograron responder correctamente, si bien estos se parecían entre si los alumnos en su mayoría no lograron replicar la estrategia del primer problema con los otros dos descritos, por lo tanto, se puede inferir que la dificultad también estaba relacionada con el ámbito numérico.

Los facilitadores que se observan tienen que ver con la resolución o forma de resolver, los estudiantes se apoyan principalmente en apoyo digital, pictórico y en ocasiones simbólico, si bien no en todos los casos es

pertinente, buscan una resolución con lo que ellos creen que es correcto utilizando lo que conocen en este caso se apoyan en la suma, sumando los dos números que aparecen en el problema.

Respecto a la implementación de la secuencia didáctica, se iniciaba las sesiones con actividades en las cuales los estudiantes debían buscar su propia estrategia de resolución, creando hipótesis y encontrando una respuesta, correspondiente a la acción. Se logro observar que los estudiantes resolvían en su mayoría realizando una suma reiterada, identificando que la multiplicación es la suma del mismo número varias veces y también contando, avanzando ya sea con apoyo digital o pictórico, dándole sentido al aprendizaje, como menciona Itzcovich Entre esta variedad de problemas, es posible entonces identificar aquellos que, para ser resueltos, sea posible sumar una cierta cantidad de números iguales (2011). También existieron momentos de formulación y validación, debido a que los estudiantes defendían su postura y estrategia, la compartían con sus compañeros, la refutaban o las validaban en conjunto como menciona Panizza deben

enunciar aseveraciones y ponerse de acuerdo sobre la verdad o falsedad de las

mismas. Las afirmaciones propuestas por cada grupo son sometidas a la consideración del otro grupo, que debe tener la capacidad de “sancionarlas”, es decir ser capaz de aceptarlas, rechazarlas, pedir pruebas,

oponer otras aseveraciones (2003), se daban cuenta que existían resoluciones que eran optimas y otras no tanto, interactuando entre sí, le da sentido al aprendizaje, debido a que los alumnos se dan cuenta que su compañero también es fuente de conocimiento y lo que él sabe puede ser de ayuda en este ejercicio o en otro.

En relación con la evaluación final, para identificar los resultados después de la implementación y como esta influyó en el aprendizaje de los estudiantes, se observó que los alumnos resolvieron problemas multiplicativos, reconocieron que debían utilizar la multiplicación como herramienta cuando la suma era insuficiente, la secuencia didáctica fue un complemento de lo que trabajaron en clases de matemáticas, por lo tanto le dieron sentido a la multiplicación, ¿de dónde surge y ¿Por qué es importante aprenderla? Como una necesidad del aprendizaje y no de forma mecanizada y procedimental.

## 9. Bibliografía

- Agencia de la calidad de la educación (2018) Competencia Lectora, Matemática y Científica en estudiantes de 15 años en Chile
- Broitman, C. (2010). Las operaciones en el primer ciclo: aportes para el trabajo en el aula. Buenos Aires, Argentina: Novedades educativas.
- Brousseau, G. (2007). Iniciación a la teoría de las situaciones didácticas: libros del zorzal.
- Chamorro, M (2005). Didáctica de las Matemáticas para educación infantil. Madrid, España: Pearson educación.
- Íbañez, N. (2011) Test de evaluación del cálculo y resolución de problemas.
- Itzcovich, H. (2011). La matemática escolar: Las prácticas de enseñanza en el aula. Buenos Aires, Argentina: Aique Grupo
- Latorre, A. (2003). La investigación - Acción Conocer y cambiar las prácticas educativas. Barcelona, España.
- Ministerio de educación (2018), Bases curriculares de primero a sexto básico.
- Parra, C y Saiz, I (1994) didáctica de las matemáticas aporte y reflexiones. Buenos aires, Argentina: Paidós Educador.
- Panizza, I. (2003). Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas.
- Rosas, R. (2008). Piaget, Vigotski y Maturana: Constructivismo a tes voces. Buenos aires, Argentina: Aique Grupo.

## 10. Anexos

### 10.1 Anexo 1. Consentimiento

#### Asentimiento para menor de edad

Para la participación en el proyecto aprender a multiplicar a través de la resolución de problemas

Mi nombre es *Zarady Campos* y me encuentro realizando mi práctica profesional en este colegio. Realizaré un estudio para ver e investigar situaciones problemáticas donde se utilice la multiplicación. Para eso, necesito grabar en audio algunas de las clases a las que asistas. Además de responder algunas preguntas para complementar información.

Te pido que aceptes la realización de estas grabaciones en video donde participará la profesora en práctica, tus compañeros/as y tú.

Puedes hacer todas las preguntas que quieras respecto a esta investigación, puedes decir si estás de acuerdo con participar o si no estás de acuerdo con que se haga esto.

Si firmas este papel quiere decir que lo leíste y que estás de acuerdo con participar y ayudar a tu profesora con su investigación. Si no estás de acuerdo con estar en este estudio simplemente no firmes el papel y entrégalo en blanco. Recuerda que sólo tú decides estar en el proyecto.

Firma del estudiante \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Firma de la investigadora: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

#### CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA PADRES/TUTORES

Proyecto “Comprender la multiplicación a través de la resolución de problemas”

Señor Apoderado/a:

Me dirijo a usted como estudiante en práctica profesional de la carrera de Educación Diferencial de la Universidad Alberto Hurtado. Mi nombre es *Zarady Campos* y me encuentro realizando un proyecto de titulación sobre la enseñanza de la multiplicación a través de la resolución de problemas, es decir aprender a multiplicar utilizando variedad de contextos donde puedan utilizar esta operación

En este proyecto participarán 6 estudiantes de 4° año básico, quienes asistirán a 7 a 8 sesiones y su pupilo/a ha sido seleccionado para ello.

Por este motivo se solicita su autorización para grabar audio y entrevistas. y realizar la intervención que contribuirá directamente al aprendizaje y participación escolar del/la estudiante.

Es importante consignar que la participación de su hijo/a o pupilo en esta actividad es totalmente voluntaria, por ello puede realizar las preguntas que le parezcan pertinentes.

Nombre \_\_\_\_\_ del \_\_\_\_\_ apoderado/a:

Nombre \_\_\_\_\_ del \_\_\_\_\_ alumno/a:

Con fecha \_\_\_\_\_ he leído el procedimiento descrito arriba.

(Por favor, marque con una X la alternativa que corresponda)

Acepto la participación de mi pupilo en el proyecto

No acepto la participación de mi pupilio en el proyecto

## 10.2 Anexo 2. Instrumentos (pautas)

### Evaluación inicial

Objetivo: identificar como resuelven problemas multiplicativos los estudiantes de cuarto año básico.

Consigna: ayudemos a Matilda

Matilda ayuda a la profesora, pone dos lápices en cada una de las 4 mesas que hay en clases. ¿Cuántos lápices pone en total?

En el taller de cocina, Matilda y sus compañeros van a preparar panes. La profesora pone 4 huevos en cada pote y le entrego a cada uno de los 5 equipos que hay en clases ¿Cuántos huevos pone en total?

Matilda quiere ayudar a su papá en su editorial envía libros a librerías de distintas provincias. Los libros se colocan en cajas y caben 5 en cada una. El lunes armaron 15 cajas. ¿Cuántos libros mandaron?

En *cada página* de su álbum, Matilda pegó 9 estampillas de colección. Tiene 20 páginas completas. ¿Cuántas estampillas *pegó* en total?

La mamá de Matilda quiere *armar* bolsitas con golosinas para regalar en el cumpleaños de su hija. Tiene que armar 30 bolsitas, con 4 golosinas en *cada* una. ¿Cuántas golosinas tiene que comprar?

Dictado

5x3 6x6 9x5 15x2

Ítems inspirados en la prueba de Nolfia Ibáñez

Evaluación final

Nombre:

(Dictado)

6 x 2

24 x 5

124 x 6

401 x 8

Resolución de problemas

En una colmena de abejas hay 12 ¿cuántas abejas hay en 4 colmenas?

Comprensión

Resolución

En una dulcería empaacan cajas con dulces, cada caja contiene 135 ¿Cuántos dulces hay en 8 cajas?

Comprensión

Resolución

Carla quiere comprar 9 regalos cada uno cuesta 950 pesos ¿Cuánto dinero necesita?

Comprensión

Resolución

¿en un cine hay 5 filas de asientos cada fila tiene 22 asientos ¿cuántos asientos hay en la sala de cine?

Comprensión

### 10.3 Anexo 3. Planificaciones

## PLANIFICACIÓN

Docente: Zarady Campos

Estudiantes:

Fecha:

Curso: 4°

Modalidad (sincrónica/asincrónica): Presencial

Duración: 45 min

| <p>Nº de Clase: 1<br/>                 Objetivo de la clase: Construir una tabla con los dobles, los triples y cuádruples de un número utilizando las ruedas de las bicicletas, triciclos y autos</p>  |  |   |
|--|--|---|
| Actividades  | Recursos / Materiales                              | Evaluación  |
| <p>Inicio: Antes de comenzar con la intervención se les pregunta a los alumnos como se encuentran a medida que van entrando a la llamada<br/>                 Se inicia la intervención preguntando a los estudiantes ¿qué creen que aprenderemos? ¿tienen alguna duda?<br/>                 Después de responder lo que los alumnos plantean se realiza una activación de conocimientos previos preguntando en que ocasiones utilizan la multiplicación dentro de su vida cotidiana. Luego de esta conversación se le comunicara que hoy van a hacer una actividad enfocada en bicicletas y triciclos preguntando a los alumnos ¿alguno sabe cuántas rudas tiene cada uno?</p> <p>Desarrollo:</p> | <p>- PPT con la tabla de las bicis y triciclos</p> | <p>Identifican las regularidades de los dobles y triples<br/>                 Formulan diferentes estrategias</p> |

|   |  |  |
|---|--|--|
| <p>Luego de que los alumnos responden se les muestra una tabla donde dice una bicicleta tiene dos ruedas, dos bicicletas tiene cuatro rudas ¿cuántas tienen 3 bicicletas? Se espera que los niños completen hasta 6 bicicletas, esta misma actividad se realiza con triciclos, para posteriormente preguntar a los alumnos ¿cómo lograron llegar al resultado? ¿qué estrategia utilizaron? ¿existe alguna regularidad entre ambas tablas, se dieron cuenta de algún dato importante que sea útil, que nos pueda ayudar a todos ¿cómo cuál?</p> <p>Posteriormente se rellena la tabla en conjunto. Luego se les pide a los estudiantes con las ruedas de los autos en la cual se realizan las mismas intervenciones que en las tablas anteriores, pero se les pregunta a los alumnos que pasaría si quiero saber el resultado de 15 autos ¿cuántas ruedas tendrán 15 autos si sabemos que en 10 hay 40 ¿cómo lo podemos resolver?</p> <p>Cierre: para finalizar se les preguntara a los alumnos para que nos sirva conocer estos cálculos ¿en qué otros contextos es útil conocer estos números? ¿en qué momento lo utilizarían ustedes?</p> |  |  |
|---|--|--|

PLANIFICACIÓN

Docente: Zarady Campos

Estudiantes:

Fecha:

Curso: 4°

Modalidad (sincrónica/asincrónica): Sincrónica

Duración: 45 min

| Nº de Clase: 2   |  |  |
|--|--|--|
| Objetivo de la clase: identificar regularidades entre las tablas del 4, 7 y 9 en una serie con sus respectivas tablas  |  |  |
| Actividades  | Recursos Materiales /  | Evaluación   |
| <p>Inicio: Se da inicio a la clase preguntando a los estudiantes como están y si tienen algo nuevo que contar. Posteriormente se les pregunta si recuerda que hicimos en la sesión anterior, calculamos ¿qué calculamos? ¿Cómo lo hicieron? ¿alguien recuerda como lo resolvió? Nos puede contar un poco.</p> <p>Desarrollo:<br/>Posteriormente se les muestra a los alumnos una serie numérica con la tabla del 4 pero a esta le falta algunos resultados. Se les pide a los alumnos que completen esta serie y posteriormente comenten cuando hayan finalizado. ¿cómo resolvieron la serie? ¿en qué se fijaron?<br/>Posteriormente se entrega otra serie numérica con La tabla del 7, a esta serie tendrá algunos resultados faltantes donde los alumnos tendrán que averiguar que numero falta. ¿cómo resolvieron la serie? ¿en qué se fijaron?<br/>Se realizara el mismo ejercicio con la tabla del 9, con menos resultados, para que los alumnos resuelva. Para finalizar se les pedirá al final de cada tabla los resultados que obtuvieron, y cómo llegaron a ese resultado, que estrategia utilizaron y si se apoyaron de algún elemento diferente.</p> <p>Cierre: para finalizar se les preguntara a los alumnos ¿para qué creen ellos que nos sirve conocer estos cálculos? ¿si se habían dado cuentas de estas regularidades? ¿si creen que tener este conocimiento les facilita en otros momentos? ¿Por qué?</p> | <p>- PPT con la secuencia de la tabla de multiplicar del número 4, 7 y 9</p> | <p>- idéntica cálculos utilizados en la sesión anterior<br/>-Comparar resultados de diferentes tablas de multiplicar<br/>Construir su propio repertorio de cálculos<br/>Identificar diferentes regularidades</p> |

## PLANIFICACIÓN

Docente: Zarady Campos

Estudiantes:

Fecha:

Curso: 4°

Modalidad (sincrónica/asincrónica): sincrónica

Duración: 45 min

| Nº de Clase: 3   |   |  |
|--|---|--|
| Objetivo de la clase: identificar regularidades entre las tablas del 1 al 9  |   |  |
| Actividades  | Recursos<br>Materiales  | Evaluación   |
| <p>Inicio: Se da inicio a la clase preguntando a los estudiantes como están y si tienen algo nuevo que contar. Posteriormente se les pregunta si recuerda que hicimos en la sesión anterior, calculamos ¿que calculamos? ¿Cómo lo hicieron? ¿alguien recuerda como lo resolvió? Nos puede contar un poco.</p> <p>Desarrollo:<br/>Se les proyecta a los estudiantes una lámina donde sale un recuadro de las tablas de multiplicar de 1 al 10 pero a esta tabla le faltan algunos resultados, primero se les pedirá a los alumnos que completen aquellos resultados que ya conocen y que han trabajado en la sesión anterior y esta. Luego se compararán y los estudiantes irán diciendo que resultados conocían y si ese le sirve a otro alumno para que vayan completado en conjunto su tabla. ¿cómo completaron la tabla ¿se sabían esos resultados? ¿cómo lo resolvieron?</p> | <p>- PPT Grilla con las tablas de multiplicar del 1 al 10</p> | <p>- idéntica cálculos utilizados en la sesión anterior<br/>-Comparar resultados de diferentes tablas de multiplicar<br/>Construir su propio repertorio de cálculos<br/>Identificar diferentes regularidades</p> |

|   |  |  |
|---|--|--|
| <p>¿Se apoyaron en los cálculos que trabajamos anteriormente? ¿pueden contar como lo resolvieron con sus compañeros? ¿todos tienen las mismas respuestas? ¿alguna cambia veamos si estamos en lo correcto?</p> <p>Posteriormente si los alumnos logran completar la tabla la docente los guiara diciendo que hay cálculos que si se suman podrán conseguir el resultado de otra tabla, por ejemplo, si quieren saber cuánto es <math>7 \times 4</math>, y tiene los resultados de <math>5 \times 4</math> y el <math>2 \times 4</math>, pueden obtener el resultado que necesitan completar.</p> <p>Luego se les pedirá a los estudiantes que logren identificar algunas regularidades de la tabla, observando los resultados.</p> <p>Cierre: para finalizar se les preguntara a los alumnos ¿para qué creen ellos que nos sirve conocer estos cálculos? ¿si se habían dado cuentas de estas regularidades? ¿si creen que tener este conocimiento les facilita en otros momentos? ¿Por qué?</p> |  |  |
|---|--|--|

## PLANIFICACIÓN

Docente: Zarady Campos

Estudiantes:

Fecha:

Curso: 4°

Modalidad (sincrónica/asincrónica): Presencial

Duración: 45 a 60 min

N° de Clase: 4

Objetivo de la clase: Jugar con la multiplicación utilizando uno a dos dados

| Actividades   | Recursos /<br>Materiales   | Evaluación   |
|---|--|--|
| <p>Inicio: Se inicia la clase preguntando a los estudiantes como están y si tienen algo nuevo que contar. Posteriormente se les pregunta si recuerda que hicimos en la sesión anterior, calculamos ¿qué calculamos? ¿Cómo lo hicieron? ¿alguien recuerda como lo resolvió? Nos puede contar un poco.</p> <p>Desarrollo:<br/>Para comenzar se agruparán a los estudiantes en parejas, a cada estudiante se le entregará un dado, cada alumno tirará una vez y multiplicarán sus resultados, esto lo realizarán 6 veces, como esta multiplicación solo será como máximo 6x6, por este motivo se entregará un dado más a cada estudiante para aumentar el repertorio de cálculos. La forma de trabajar con ambos dados será la siguiente los estudiantes sumarán sus resultados de sus dos dados y luego multiplicarán su resultado con el de su compañero aumentando el máximo de la multiplicación de 12 x 12.</p> <p>Mientras los alumnos van jugando con los dados se realizarán las siguientes preguntas ¿Cómo lo resolvieron? Si uno de los alumnos no logra llegar al resultado o tienen resultados diferentes cada uno tendrá que comentarle a su compañero como lo resolvió, el docente mediará esta situación pasando por los puestos, si esta situación no aparece se utilizará un caso de otro niño de 4to básico “dijo que el resultado de esta multiplicación era diferente” ¿qué piensan al respecto? ¿Qué le dirían? ¿cómo lo convencería de que ustedes están en lo correcto y él no?</p> <p>Cierre:<br/>Para finalizar se les pide a los estudiantes le comenten como lo hicieron para resolver cada cálculo, ¿cómo lo resolvieron cada uno? Además, se les preguntará a los alumnos ¿para qué creen ellos que nos sirve conocer estos cálculos? ¿si creen que tener este conocimiento les facilita en otros momentos? ¿Por qué?</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Dados</li> <li>- Papel para anotar los resultados y estrategias</li> <li>-</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- idéntica cálculos utilizados en la sesión anterior</li> <li>Construir su propio repertorio de cálculos</li> <li>Identificar diferentes regularidades</li> </ul> |

## PLANIFICACIÓN

Docente: Zarady Campos

Estudiantes:

Fecha:

Curso: 4°

Modalidad (sincrónica/asincrónica): Presencial

Duración: 45 min

| N° de Clase: 5  |   |   |
|---|---|---|
| Objetivo de la clase: Jugar con cartas en las cuales utilizaran las tablas de multiplicar del 1 al 13   |   |   |
| Actividades   | Recursos / Materiales   | Evaluación  |
| <p><b>Inicio:</b><br/>Se inicia la clase preguntando a los estudiantes como están y si tienen algo nuevo que contar.<br/>Posteriormente se les pregunta si recuerda que hicimos en la sesión anterior, calculamos ¿qué calculamos? ¿Cómo lo hicieron? ¿alguien recuerda como lo resolvió? Nos puede contar un poco.</p> <p><b>Desarrollo:</b><br/>Antes de comenzar se agruparán a los estudiantes en parejas diferentes a las realizadas anteriormente para que vayan comprendiendo otras estrategias de sus compañeros. Además, se explicará los valores que tendrán las cartas A, J, Q y K (1, 11, 12 y 13) respectivamente.<br/>Para jugar se les entregará a los niños 13 cartas de la "A" a la "K" es decir, del 1 al 13 y ellos deberán sacar al azar una carta y luego multiplicarla con la de sus compañeros, se le repite a los alumnos que pueden utilizar sus cálculos o apoyarse en lo realizado en las clases anteriores.</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cartas inglesas</li> <li>- Papel para anotar sus cálculos</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- idéntica cálculos utilizados en la sesión anterior</li> <li>- Comparar resultados de diferentes tablas de multiplicar</li> <li>- Construir su propio repertorio de cálculos</li> <li>- Identificar diferentes regularidades</li> </ul> |

|  |  |  |
|--|--|--|
| <p>Si los alumnos tienen resultados diferentes se les pide que le expliquen a su compañero como lo resolvieron y porque su estrategia es mejor o los ayuda a resolver el ejercicio. Esta situación esta guida por la docente, quien va a ir monitoreando como van trabajando los estudiantes realizando preguntas tipo ¿cómo lo hiciste? ¿Cómo te diste cuenta de que era ese resultado y no otro? ¿ambos tienen el mismo resultado? ¿cómo lo hicieron para ponerse de acuerdo?</p> <p>Cierre:<br/>para finalizar se les preguntara a los alumnos ¿Cómo resolvieron los ejercicios? ¿utilizaron algún material de apoyo? ¿para qué creen ellos que nos sirve conocer estos cálculos? ¿si creen que tener este conocimiento les facilita en otros momentos? ¿cómo cuáles? ¿Por qué?</p> |  |  |
|--|--|--|

## PLANIFICACIÓN

Docente: Zarady Campos

Estudiantes:

Fecha:

Curso: 4°

Modalidad (sincrónica/asincrónica): Presencial

Duración: 45 min

**N° de Clase: 6**

**Objetivo de la clase:** Comprender la propiedad conmutativa de la multiplicación

| Actividades | Recursos /<br>Materiales | Evaluación |
|-------------|--------------------------|------------|
|-------------|--------------------------|------------|

|   |  |  |
|---|--|--|
| <p>Inicio: Se da inicio a la clase preguntando a los estudiantes como están y si tienen algo nuevo que contar. Posteriormente se les pregunta si recuerda que hicimos en la sesión anterior, calculamos ¿qué calculamos? ¿Cómo lo hicieron? ¿alguien recuerda como lo resolvió? Nos puede contar un poco.</p> <p>Desarrollo:<br/>Primero se expone un ejemplo de <math>12 \times 4</math> y se le pide a un alumno que lo resuelva en la pizarra y se dará el nombre formal, por ejemplo, si utilizan la suma reiterada contar de dos en dos o si utilizan otra estrategia que tenga un nombre formal por ejemplo utilizar la tabla pitagórica o la tabla de 100 utilizadas tanto en el taller como en las clases de aula común. Esto se intenciona debido a que hay un alumno que suele dar vuelta la multiplicación para que sea “más fácil” y se le preguntara a este estudiante como lo realiza y por qué lo hace y si alguien sabe cómo se denomina esa estrategia. Si esto no sale de manera innata se tomará un ejemplo un día un niño de 4to tenía que multiplicar <math>12 \times 7</math> y me dijo que <math>7 \times 12</math> era “más fácil” ¿porque creen que ese alumno piensa que es más fácil? ¿alguien de aquí alguna vez a cambiado los factores? ¿me puede explicar por qué lo hace? Y si no es así ¿para qué creen que los cambia de lugar? saben cómo se llama cuando hacemos eso? luego de este intercambio la docente proyecta la definición de la propiedad conmutativa “el orden de los factores no altera el producto” y les pregunta a los estudiantes ¿qué creen que quiere decir? Luego que los alumnos lo expliquen con sus palabras se darán dos ejercicios para que den el ejemplo de cómo utilizarían esta propiedad.</p> <p>Cierre:<br/>para finalizar se les preguntara a los alumnos ¿para qué creen ellos que nos sirve conocer estos cálculos? ¿si se habían dado cuentas de estas regularidades? ¿si creen que tener este conocimiento les facilita en otros momentos? ¿Por qué?</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- PPT</li> <li>-</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Idéntica cálculos utilizados en la sesión anterior</li> <li>-Comparar resultados de diferentes tablas de multiplicar</li> <li>Construir su propio repertorio de cálculos</li> <li>Identificar diferentes regularidades</li> </ul> |
|---|--|--|

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

## PLANIFICACIÓN

Docente: Zarady Campos

Estudiantes:

Fecha:

Curso: 4°

Modalidad (sincrónica/asincrónica): Presencial

Duración: 45 a 60 min

| <b>N° de Clase: 7</b>  |   |   |
|--|---|---|
| <b>Objetivo de la clase:</b> Resolver algunos problemas multiplicativos y explicar lo realizado  |   |   |
| <b>Actividades</b>   | <b>Recursos / Materiales</b>  | <b>Evaluación</b>   |
| <p><b>Inicio:</b><br/>Se inicia la clase preguntando a los estudiantes como están y si tienen algo nuevo que contar.<br/>Posteriormente se les pregunta si recuerda que hicimos en la sesión anterior, calculamos ¿qué calculamos? ¿Cómo lo hicieron? ¿alguien recuerda como lo resolvió? Nos puede contar un poco.</p> <p><b>Desarrollo:</b><br/>Esta clase se dividirá en dos partes la primera será una resolución de problemas multiplicativos individuales por parte de los estudiantes, en la cual utilizaran su propia estrategia, buscaran su propia resolución y resultado, posteriormente se realizará una puesta en común en la cual se preguntará el resultado que obtuvo cada estudiante, además cada uno debe defender su resultado, este estará dirigido por la docente ¿alguien resolvió de la misma</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- PPT</li> <li>- Cuaderno y lápiz</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Idéntica cálculos utilizados en la sesión anterior</li> <li>-Comparar los diferentes resultados</li> <li>-Identificar diferentes regularidades</li> <li>Identificar nuevas estrategias o diferentes a la que utilizan ellos</li> </ul> |

|   |  |  |
|---|--|--|
| <p>manera? ¿alguien está de acuerdo o en desacuerdo con su compañero? ¿por qué? ¿alguien resolvió de una forma diferente, pero obtuvo el mismo resultado? ¿cómo lo resolvieron?</p> <p>Cierre:</p> <p>Para finalizar se les preguntara a los alumnos ¿para qué creen ellos que nos sirve conocer estos cálculos? ¿si se habían dado cuentas de estas regularidades? ¿si creen que tener este conocimiento les facilita en otros momentos? ¿Por qué?</p> |  |  |
|---|--|--|

Material utilizado en las sesiones

*¿CUÁNTAS RUEDAS TIENE UNA BICICLETA?*

| Entonces... | Resultado |
|-------------|-----------|
| 2           |           |
| 3           |           |
| 4           |           |
| 5           |           |
| 6           |           |
| 7           |           |
| 8           |           |
| 9           |           |
| 10          |           |



[Este foto de Autor desconocido está bajo licencia CC-BY-SA-NC](#)

*¿CUÁNTAS RUEDAS TIENE UN AUTO?*

| Entonces | Resultado |
|----------|-----------|
| 2        |           |
| 3        |           |
| 4        |           |
| 5        |           |
| 6        |           |
| 7        |           |
| 8        |           |
| 9        |           |
| 10       |           |



# Completa la siguiente tabla

|  |    |  |  |    |  |    |  |  |    |
|--|----|--|--|----|--|----|--|--|----|
|  | 14 |  |  | 35 |  | 49 |  |  | 70 |
|--|----|--|--|----|--|----|--|--|----|

Sumar hasta que un número es  
doble de 14. I

MIRA LA  
SIGUIENTE TABLA  
Y COMPLETA LOS  
RESULTADOS QUE  
CONOCES O YA  
HEMOS  
TRABAJADO  
ANTERIORMENTE

| X | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 1 |    |    |    | 5  |    |    | 8  |    |
| 2 |   | 4  |    | 8  |    |    | 14 |    |    |
| 3 |   |    | 9  |    | 15 |    |    |    | 27 |
| 4 | 4 |    |    | 16 |    |    | 28 |    |    |
| 5 |   | 10 |    |    | 25 |    |    |    |    |
| 6 |   |    | 18 |    |    | 36 |    | 48 |    |
| 7 | 7 |    |    |    |    |    | 49 |    |    |
| 8 |   |    | 24 |    |    |    |    |    | 72 |
| 9 |   | 18 |    |    |    | 54 |    |    |    |

## 10.4 Anexo 4. Ejemplos de análisis (matrices)

### Notas de campo

Centro: Escuela Camilo Mori  
Practicante: Zarady Campos  
Área: Matemáticas  
Actividad: Evaluación diagnóstica

Lugar: Sala de clases  
Sesión: 0  
Tema: Evaluación  
Fecha: 05/10/2021  
Periodo: 12:00 a 13:00

Un registro de notas de campo

Situación evaluación diagnóstica Fecha 05/10/21 Día 05 Mes octubre Año 2021

¿Dónde tuvo lugar la observación?

La observación se realiza en la sala de clases de 4° básico, en la escuela Camilo Mori.

¿Quién estaba presente?

La docente en práctica y cuatro niños que pertenecen a la secuencia didáctica

¿cómo era el ambiente físico?

Es una sala de clases, con data para proyectar, la sala está delimitada para respetar el distanciamiento físico

¿qué interacciones sociales tuvieron lugar?

Cómo era una evaluación se les pidió a los alumnos que no dieran sus respuestas, escribieron en una hoja blanca, dejando las resoluciones que fueron creando. Pero como fueron niños se dio espacio para las dudas, mientras realizaban los diferentes ejercicios.

¿Qué actividades se realizaron?

Se realizó un compilado de resolución de problemas multiplicativos, con diferentes tipos de problemas, ya sea, lineal y de organizaciones rectangulares hasta la decena. Además, se realizó un dictado de tablas de multiplicar hasta la decena

¿otra información descriptiva?

Los estudiantes resolvían con apoyo digital, contando y sumando, pero en muchas ocasiones no multiplicaban.

Centro: Colegio Camilo Mori  
Profesor: Zarady campos  
Área: Matemáticas

Lugar: Sala de clases  
Sesión: 01  
Tema: ¿Cuántas ruedas hay?  
Fecha: 06/10/21

Actividad: resolver cuantas ruedas de bicicletas, triciclos y autos en cierta cantidad del 1 al 10

Un registro de notas de campo

Situación sesión 1 Fecha 06/10/21

¿Dónde tuvo lugar la observación?

En la sala de clases del cuatro año básico

¿Quién estaba presente?

la investigadora y 5 estudiantes A, C, D, JE y JO

¿cómo era el ambiente físico?

Es una sala de clases apoyada con un data parlante y el computador de la docente

¿qué interacciones sociales tuvieron lugar?

Los alumnos intercambiaron estrategias, formas de resolución, indagaron y pensaron en la forma pertinente de resolver dicha actividad

¿Qué actividades se realizaron?

Las actividades eran tres, debían contar cuantas ruedas había en una bicicleta, hasta llegar al 10 completando una tabla, lo mismo lo realizaron con un triciclo y un auto, para trabajar los dobles, triples y cuádruples, con un contexto real.

¿otra información descriptiva?

Los alumnos se dieron cuenta de regularidades y patrones que tenían las tablas, por ejemplo, que en la de bicicletas el numero aumentaba de dos en dos siempre y que era pertinente sumar dos al número anterior para completarla, además que podían contar con apoyo digital, es decir, una bicicleta tiene dos ruedas dos bicicletas tendrá, 3, 4, resultado cuatro ruedas y entres hay 5, 6, seis ruedas.

Centro: Camilo Mori

Profesor: Zarady Campos

Área: Matemáticas

Actividad: Completar la serie numérica

Lugar: plataforma Zoom

Sesión: 02

Tema: completar serie

Fecha: 12/10

Periodo: 12 a 13 pm

Un registro de notas de campo

Situación sesión dos Fecha 12/10/21

¿Dónde tuvo lugar la observación?

Se utilizó la plataforma Zoom para realizar una sesión sincrónica

¿Quién estaba presente?

A, JO, B, C y JE, además de la investigadora

¿cómo era el ambiente físico?

Cada estudiante se encontraba en su hogar, la mayoría con su cámara prendida, intentando respetar las reglas de aula, como son el micrófono apagado, esperar que den la palabra para que se puedan

escuchar entre todos, se comparte pantalla en la cual aparece un ppt para ir completando la actividad

¿qué interacciones sociales tuvieron lugar?

A pesar del contexto los estudiantes interactuaron entre sí, explicando sus estrategias, compartiendo sus resoluciones, la cual la investigadora anotaba lo que el compañero compartía además de explicar y ejemplificar para que todos los estudiantes comprendieran la idea.

¿Qué actividades se realizaron?

Se realizó una actividad, los alumnos debían completar una serie numérica con números faltantes, en este caso con la tabla del 4, 7 y del 9

¿otra información descriptiva?

Los alumnos tenían diferentes estrategias, algunos vieron la serie completa y fueron rellenando y buscando unas estrategias, otros sumaron reiteradamente, también realizaron ensayo y error, considerando sus conocimientos previos, buscando el doble de un número lo cual permite interactuar con la multiplicación intuitivamente y con sentido.

Centro: Colegio Camilo Mori

Lugar: Plataforma Zoom

Profesor: Zarady Campos

Sesión: 03

Área: Matemáticas

Tema: completar una tabla pitagórica

Actividad: completar una tabla pitagórica que le faltan resultados

Fecha: 13/10

Periodo: 12 a 13pm

Un registro de notas de campo

Situación sesión tres Fecha 13/10/21

¿Dónde tuvo lugar la observación?

se realizó una reunión a través de la plataforma Zoom de forma asincrónica

¿Quién estaba presente?

A y B, además de la evaluadora

¿cómo era el ambiente físico?

Cada estudiante se encuentra en su hogar, utilizando un aparato tecnológico con la cámara encendida

¿qué interacciones sociales tuvieron lugar?

Los alumnos compartieron sus estrategias y resolución, la docente actúa como mediadora para comentar, ejemplificar y explicar con otras palabras cuando sea necesario.

¿Qué actividades se realizaron?

Se realizó una sola actividad la cual consistía en una tabla pitagórica que le faltaban algunos resultados siguiendo la linealidad de las sesiones anteriores.

¿otra información descriptiva?

Los estudiantes intercambian estrategias, combina las realizadas anteriormente, en ocasiones multiplican aquellos resultados que se saben y completan la tabla, en otras realiza una suma reiterada cuando no saben el resultado llegando a este.

Centro: Camilo Mori  
Profesor: Zarady Campos  
Área: Matemáticas  
Actividad: lanzar dados

Lugar: Sala de clases  
Sesión: 04  
Tema: dados  
Fecha: 19/10  
Periodo: 12 a 13 pm

Un registro de notas de campo

Situación sesión cuatro Fecha 19/10/21

¿Dónde tuvo lugar la observación?

En la sala de clases del cuarto año básico

¿Quién estaba presente?

A, C, D y JO, además de la investigadora

¿cómo era el ambiente físico?

Es una sala de clases, con data, pizarra.

¿qué interacciones sociales tuvieron lugar?

Los estudiantes trabajaron en parejas, por lo tanto, tenían que resolver, llegar a un resultado y comprobar si el resultado es el correcto, convenciendo a su compañero de por qué el propio la solución y que el otro alumno se dé cuenta de su error.

¿Qué actividades se realizaron?

Debían lanzar un dado y multiplicar el resultado con el resultado de su compañero, resolver y darse cuenta si ambos tenían el mismo resultado, conversan e interactuando en conjunto, posteriormente se agregó otro dado por alumno, los estudiantes debían sumar sus dados y multiplicar el resultado con el de su compañero.

¿otra información descriptiva?

Los alumnos se apoyaban en las estrategias vistas anteriormente o en materiales utilizados en la clase de aula regular.

Centro: Camilo Mori  
Profesor: Zarady Campos  
Área: Matemáticas  
Actividad: juego de cartas

Lugar: sala de clases  
Sesión: 05  
Tema: Cartas  
Fecha: 2/11  
Periodo: 12 a 13 pm

Un registro de notas de campo

Situación sesión cinco Fecha 2/11/21

¿Dónde tuvo lugar la observación?

Sala de clases del cuarto año básico

¿Quién estaba presente?

A, D, JO y JE, además de a investigadora

¿cómo era el ambiente físico?

Sala de clases, con data, computador, y pupitres

¿qué interacciones sociales tuvieron lugar?

los estudiantes trabajan en parejas, deben resolver la actividad a través de cartas, multiplicando y resolviendo, comentando su estrategia, creando hipótesis, buscando resoluciones.

¿Qué actividades se realizaron?

se le entrega a cada estudiante cartas de la A hasta la K, otorgando los siguientes valores A=1, J=11 Q= 12 K=13, deberán sacar una carta al azar, se juntarán en parejas y deben multiplicar su carta con la de su compañero.

¿otra información descriptiva?

Los estudiantes interactúan, se corrigen, convencen a su compañero de por qué su resolución es correcta, buscan, indagan.

Centro: Camilo Mori

Profesor: Zarady Campos

Área: Matemáticas

Actividad: explicación de algunas propiedades

Lugar: sala de clases

Sesión: 06

Tema: propiedades

Fecha: 3/11

Periodo: 12 a 13pm

Un registro de notas de campo

Situación sesión seis Fecha 3/11/21

¿Dónde tuvo lugar la observación?

Sala de cuarto año básico

¿Quién estaba presente?

D, C, JE y JO, además de la investigadora

¿cómo era el ambiente físico?

Sala de clases, pupitres, pizarra, data, computador

¿qué interacciones sociales tuvieron lugar?

la docente realiza la institucionalización del aprendizaje

¿Qué actividades se realizaron?

Se explico la propiedad conmutativa, el orden de los factores no altera el producto, debido a que era una de las estrategias que, apareciendo en las intervenciones, posteriormente los estudiantes resolvieron algunos ejercicios para comprender como esta funcionaba.

¿otra información descriptiva?

Cuando se comentó que era una de las estrategias de su compañero que estaba ausente, los estudiantes le dieron sentido diciendo que era más fácil decir que  $12 \times 4$  que  $4 \times 12$ , ya que debían sumar 4 veces 12 y no 12 veces, disminuyendo la posibilidad de equivocarse.

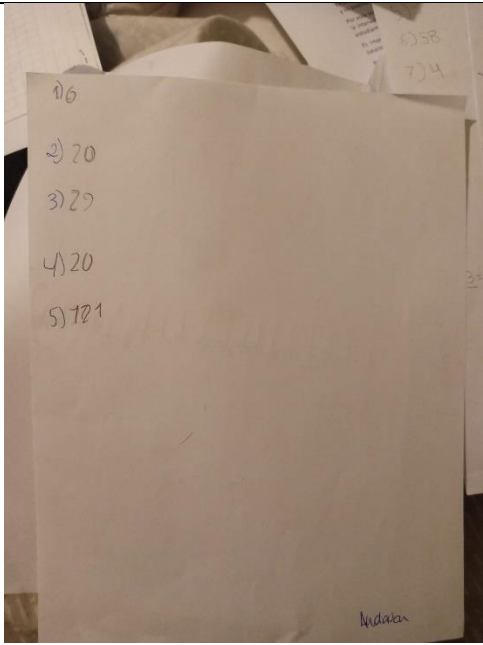
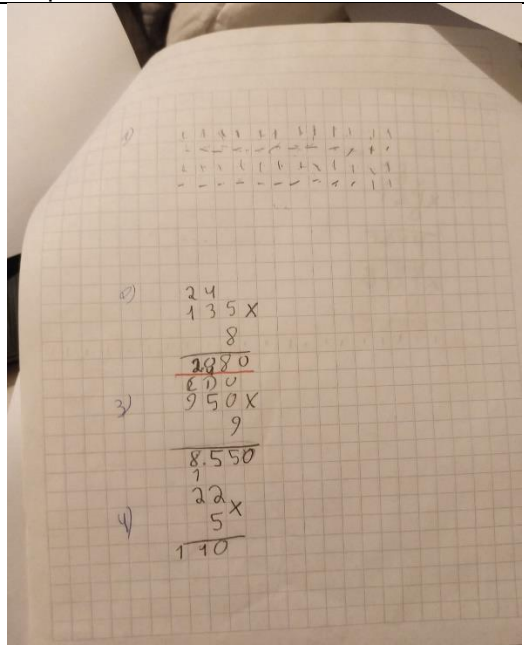
Matrices  
Matriz de las Notas de Campo

| Objetivo  | Sesión 0  | Sesión 1  | Sesión 2   | Sesión 3   | Sesión 4   | Sesión 5 | Sesión 6 | Sesión 7 |
|---|---|---|--|--|--|----------|----------|----------|
| Analizar conocimientos previos que poseen los estudiantes de cuarto básico para resolver problemas multiplicativos                              | Se observa que los estudiantes en su mayoría utilizan apoyo simbólico digital para resolver, en ocasiones realizando sumas reiteradas, pero no comprenden que deben resolver el problema que pide el problema | Los estudiantes buscan su propia estrategia y se van dando cuenta de las regularidades para completar las tablas, algunos suman dos, tres, cuatro, otros se dan cuenta que van de dos en dos de tres en tres y de cuatro en cuatro. | Los alumnos basados en sus conocimientos previos comienzan a completar las tablas, buscando sus propias resoluciones, dándose cuenta de que se suma o va de un número correspondiente. |  | Utilización de la tabla de 100 por algunos estudiantes vista en las clases de aula regular |          |          |          |
| Describir principales dificultades que presentan los alumnos de cuarto básico para resolver problemas multiplicativos durante la implementación | Una de las principales dificultades que deben resolver al leer el problema, identifican los datos pero no como operar con ellos   |   |  | Se dificulta aplicar lo realizado en las sesiones anteriores, no logran identificar las regularidades o utilizar las tablas ya realizadas en la tabla pitagórica con números faltantes |  |          |          |          |

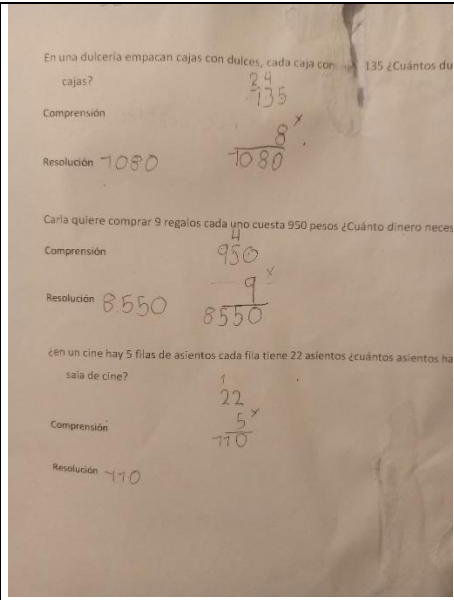
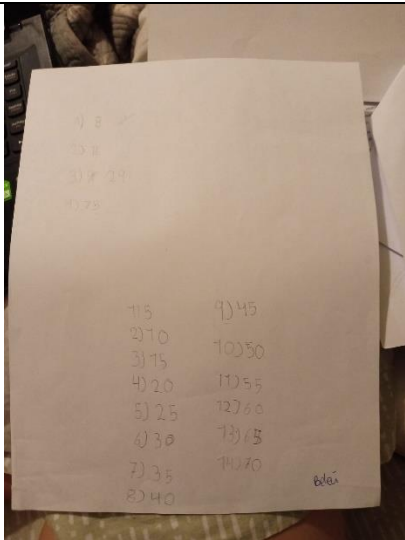
|  |   |   |  |  |  |   |  |  |
|--|---|---|--|--|--|---|--|--|
| Describir los principales facilitadores que presentan los alumnos de cuarto básico para resolver problemas multiplicativos durante la implementación | Los alumnos relacionan la resolución de los problemas con la suma, si bien no responden correctamente, relacionan estas dos operaciones de la forma acertada. | Identifican la regularidades y van comprendiendo que la multiplicación es una suma reiterada del mismo número o la secuencia numérica | Crean estrategias basadas en los elementos que conocen, comprendiendo la suma reiterada y la secuencia numérica. |  | Al jugar con los estudiantes buscan su propia estrategia, comparten entre si sus resoluciones interactuando entre si | Al jugar con las cartas los estudiantes trabajan con las tablas de multiplicar, utilizando sus propias estrategias para resolver los ejercicios, intercambiando sus resoluciones. | Al interactuar con las propiedades antes de saber su nombre, para los alumnos es fácil reconocerlo y comprende, dándole sentido a esta enseñanza |  |
|  |   |   |  |  |  |   |  |  |

Comparación de resultados antes y después de la implementación

Objetivo: Comparar los aprendizajes de los estudiantes 4º básico antes y después de la implementación de la secuencia didáctica en los problemas multiplicativos en el área de las matemáticas

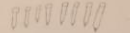
| Alumno | Antes   | Después  |
|--------|---|--|
| A      |  |  |

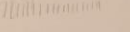
B




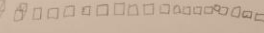
C

78

-1 

-2 

-3 

-4 

-5  $1111 = 4$

-6 = 550

-7 = 10

$\frac{3}{15}$     $\frac{6}{26}$     $\frac{9}{25}$     $\frac{12}{30}$

Resolución de problemas

En una colmena de abejas hay 12 ¿cuántas abejas hay en 4 colmenas?

Comprensión 12 abejas y 4 colmenas

Resolución 48

En una dulcería empaquetan cajas con dulces, cada caja contiene 135 ¿Cuántos dulces hay en 8 cajas?

Comprensión cada caja contiene 135 dulces

Resolución 2.080

Carla quiere comprar 9 regalos cada uno cuesta 950 pesos ¿Cuánto dinero necesita?

Comprensión 9 regalos 950 pesos


Resolución 8.550

¿en un cine hay 5 filas de asientos cada fila tiene 22 asientos ¿cuántos asientos hay en la sala de cine?


Comprensión 5 filas y 22 asientos.

Resolución 98

D

1 

8+

2 4 huevos 

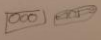
4

3 estapillas

27

4 libros

20

5 galletinas 

34

Dasha

12      27      35      50

000000    000000    000000    000000

000000    000000    000000    000000

6 x 6

19

135  
8+  
143

2 x 6

6

104 x

6  
1019

450  
9 x  
8550

91 x

820

401

8+  
3208

100

9


1021  
5  
1016

9

JE

The image shows two pages of handwritten mathematical work. The left page features a number line with the number 2 and the number 5. Below this, there are three problems labeled a), b), and c). Problem a) uses circles to represent a number. Problem b) uses squares to represent a number. Problem c) uses squares to represent a number. The right page shows a grid with a table of circles and two multiplication problems. The multiplication problems are  $1080 \times 8$  and  $8550 \times 9$ . The grid also contains a table with columns labeled 1, 2, 3, and 4, and rows of circles.

JO

1) 2 LAPICES PONE EN TOTAL  
2) 4 HUEVOS ○  
3) 9 ESTAPILLA □  
4) 5   
5) 4 GOLOSINAS TIENE QUE COMPRAR  
6) 950 CUESTAN LAS ENPANADAS  
7) 4 HILERAS PLANTO

Resolución de problemas  
En una colmena de abejas hay 12 ¿cuántas abejas hay en 4 colmenas?  
Comprensión  
Resolución  
48  
En una dulcería empaacan cajas con dulces, cada caja contiene 135 ¿Cuántos dulces hay en 8 cajas?  
Comprensión  
Resolución  
1.080  
Caña quiere comprar 9 regalos cada uno cuesta 950 pesos ¿Cuánto dinero necesita?  
Comprensión  
Resolución  
9.250  
¿en un cine hay 5 filas de asientos cada fila tiene 22 asientos ¿cuántos asientos hay en la sala de cine?  
Comprensión  
Resolución  
110

Los alumnos tendrán las siguientes siglas: A, B, C, D, JE y JO

La investigadora tendrá las siglas IN

| Transcripción  | Análisis  |
|--|---|
| <b>Sesión uno</b><br>Se les pide a los alumnos que respondan en su cuaderno cuantas ruedas tiene 1 bicicleta hasta llegar al número 10, dando un tiempo para que cada estudiante resuelva por sí solo y complete la tabla. | Respecto al relato descrito podemos identificar que los alumnos buscan estrategias a través de sus conocimientos previos, buscan indagan conocen las bicicletas, los triciclos y los autos por lo tanto es un |

|   |  |
|---|--|
| <p>IN: ¿cómo lo resolvieron? Se le pregunta al alumno A<br/> A: Me di cuenta de que tenía que sumar +2<br/> IN: ¿Alguien resolvió de otra forma?<br/> JO: yo miré toda la tabla y supe que iba de dos en dos<br/> D: yo sume con los dedos dos, dos y supe que iba de dos en dos<br/> C: yo lo hice igual que D<br/> JE: yo sume con los dedos dos, porque son dos ruedas luego dos más, sumamos otra bici y son dos más y así<br/> Posteriormente de este intercambio de estrategias se cambia la tabla y la pregunta es contar las ruedas de un triciclo hasta el número 10, se da un tiempo para que los alumnos completen la tabla por si solos y luego comenten como resolvieron.<br/> IN: ¿Cuál es el numero siguiente en la tabla? ¿Cómo se dieron cuenta?<br/> JO: el 6 tía<br/> IN: ¿Cómo lo resolviste?<br/> JO: si un triciclo tiene tres dos tienen seis ruedas<br/> A: yo me fije en el número anterior y le sume tres directamente<br/> D: yo usé la tabla de 100, conté de tres en tres y fui anotándolo en la tabla<br/> C: sume más tres para que me diera 6 y luego tres más y así me dio 9<br/> IN: luego que se completó toda la tabla se pregunta ¿y si quiero saber cuántas ruedas hay en 15 triciclos?<br/> A: del 10 tengo que sumar 5 veces 3 (comienza a contar con los dedos y anotar en su hoja), espere tía (pasa un tiempo) son 45 ruedas<br/> IN: ¿"A" puedes explicar a tus compañeros como lo resolviste?<br/> A: como la tabla era hasta el 10 de ahí sume 5 veces tres para llegar a 15, con el resultado del 10 en la tabla<br/> IN: entonces utilizaste el 30 del 10 x 3, y luego sumaste 5 veces el 3 para que te diera el resultado final 45 ¿verdad?<br/> El alumno asiente con la cabeza</p> | <p>contexto real, el cual facilita la resolución a sus cálculos, se comparten sus formas de resolución algunos coinciden y otros no, se van dando cuenta que pueden resolver de distinta manera un mismo ejercicio y que mi compañero también es una fuente de conocimiento y puede pensar de forma diferente y puede ayudar a la resolución propia.</p> |
|---|--|

| Transcripción  | Análisis   |
|--|--|
| <p><b>Sesión dos</b><br/> Se exponen tablas con números faltantes de la tabla del 4, 7 y el 9, sin que los alumnos supieran que eran estas tablas y se le pide completar individualmente, para posteriormente compartir los resultados y sus estrategias.<br/> Comenzando con la del 4</p> | <p>Respecto a lo escrito, los estudiantes, buscan patrones, suman y revisan la secuencia, escuchan a su compañera cuando ellos no saben cómo comenzar una de las series, les hace sentido como resolvió su compañera, comienzan a completar la tabla</p> |

|   |  |
|---|--|
| <p>IN: ¿lograron completar la tabla? ¿Cómo lo resolvieron?<br/>         JO: yo le sume 4 al 4 y me dio 8<br/>         A: al 4 le sume 4 y me da 8 y al 8 le sumo 4 y la siguiente da 12<br/>         C: me di cuenta de que era 4, seguí llenando la tabla bien porque al 12 le sume 4 y me daba 16 (el último número aparecía en la tabla por defecto)<br/>         JE: yo conté con los dedos al 4, y dije 5, 6, 7, 8<br/>         JO: agrega sume 4 y luego 4 y luego 4 y así<br/>         IN: Entonces hiciste una suma reiterada<br/>         JO: afirma<br/>         IN: ¿entonces que tabla de multiplicar es la que tenemos en pantalla?<br/>         Todos: la tabla del 4, es la tabla del 4<br/>         IN: “B” te habías dado cuenta que era la tabla de 4, ¿te sabes la tabla del 4?<br/>         B: no me había dado cuenta, no me se esa tabla<br/>         IN: ¿fue más fácil para ti resolverlo así?<br/>         B: si, fue fácil<br/>         Posteriormente se pasa a la siguiente tabla que corresponde a la tabla del 7 a la cual le falta el primer número, pero posee el segundo (14)<br/>         Al principio la mayoría de los estudiantes no logra comenzar a rellenar la tabla, piden ayuda o una pista, pero se da un poco de tiempo para que traten resolverla, se le pregunta a cada uno si logran resolverla hasta que “B” dice que, si la completo y que está por terminarla, por este motivo se espera para que comparta su estrategia y resolución con sus compañeros.<br/>         IN: ¿cómo lo resolviste? ¿en qué te fijaste?<br/>         B: Busque un número que me diera 14, como segundo número, en la anterior era el mismo número sumado me dio 8, busque un número que sumado me 14<br/>         IN: ¿y cómo lo hiciste?<br/>         B: primero sume <math>9 + 9</math> y me da 18, entonces tenía que buscar un número menor, entonces intente con <math>6+6</math> y me dio 12, luego intente con el 7, y me dio 14.<br/>         IN: Muy bien, ahora con lo que dijo “B” ¿les ayuda para comenzar a resolver y llenar la tabla?<br/>         Se les da tiempo a los otros estudiantes para que logren completar la tabla<br/>         Las mismas estrategias y resoluciones parecen en la tabla final.</p> | <p>por sí mismos. Además de resolver la actividad los estudiantes interactúan con las tablas de multiplicar indirectamente, pero con sentido y de forma significativa, no es de memoria, ellos resuelven comprende y aplica su estrategia.</p> |
|---|--|

| Transcripción   | Análisis   |
|---|--|
| <p>Sesión 3<br/>           Se proyecta una tabla pitagórica con números faltantes la cual los estudiantes deben completar, utilizando su propia estrategia y observando para poder resolverlo.<br/>           IN: ¿Cómo completaron la tabla? ¿en qué se fijaron?</p> | <p>Respecto a lo escrito, los alumnos comienzan a completar con aquellos resultados que ya conocen y luego van complementando con su estrategia, como se menciona, las que conoce y luego sumar aquellas que</p> |

|  |  |
|--|--|
| <p>B: yo sume y multiplique<br/> IN: ¿Cuáles sumaste y cuáles multiplicaste?<br/> B: las de 6, 7 y 8 las sume y las otras las multiplique<br/> IN: las otras la multiplicaste ¿Cómo?<br/> B: me sabia los resultados y los que no recordaba le sumaba al número anterior<br/> IN entonces, por ejemplo, de la tabla del 6 me sé el 6x6, pero no el 6x7 entonces le sumo 6 al 36, ¿a sí?<br/> B: sí, buscaba el que me conocía o el que estaba anotado en la tabla y le sumaba<br/> IN: "A" ¿cómo lo hiciste?<br/> A: me fije y dije <math>1 \times 1 = 1</math> y fui completando la del 1, y luego con la del 2 y 3, con la del 4 comencé a sumar en las que no sabía, la del 5 también la complete de memoria, me la sé y con las otras sume</p> | <p>no sabía el resultado, lo cual se identifica un matiz de estrategias cuando la que poseo es insuficiente.</p> |
|--|--|

| Transcripción  | Análisis  |
|--|---|
| <p>Sesión 4<br/> Se realiza un juego con dados en parejas, cada alumno debe lanzar una vez un dado y multiplicar su resultado con el de su compañero.<br/> Primero se deja que los estudiantes interactúen entre sí, los primeros resultados.<br/> IN: deben lanzar su dado y el resultado debe multiplicarse con el de su compañero y anotarlo en la hoja, por ejemplo, "A" lanza su dado (lo lanza) y ahora "JO" lanza el suyo (lanza también) sale 6 y 3, entonces deben multiplicar <math>6 \times 3</math>.<br/> D: puedo utilizar la tabla de 100<br/> IN: ¿la que usan en clases?<br/> D: sí<br/> IN: sí, pueden utilizar también las tablas y cálculos realizados en las sesiones anteriores<br/> Se da unos minutos para que los alumnos lancen y obtengan algunos resultados<br/> IN: (se acerca a una de las parejas) ¿Cómo van? ¿Cómo están resolviendo?<br/> A: salió 4 y 2, entonces es <math>4 \times 2</math> pero es más fácil <math>2 \times 4</math> (el alumno anota palitos en su hoja y comienza a contar, registrando en su hoja)<br/> Su compañero por otro lado tiene otra forma de calcular<br/> JO: <math>4 \times 2</math> (piensa y utiliza calculo mental) ¡8! (grita)<br/> IN: ¿y a ti cuanto te salió "A"?<br/> A: (se toma un poco más de tiempo) 8 responde<br/> IN: ¿y cómo resolvieron?<br/> A: anoto 2 palitos y cuento dos, <math>+2 +2</math> y registro las veces que ya sume dos hasta llegar a 4<br/> JO: yo lo pienso en la mente <math>4 \times 2</math> es <math>4 + 4</math> y eso es 8<br/> IN: (le pregunta a la pareja) ¿cómo van? ¿cómo resuelven?</p> | <p>Esta sesión es muy provechosa, debido a que los estudiantes interactúan entre si y ven esta sesión como un juego, intercambian sus estrategias de forma directa, un par le explica al otro, se corrigen, defienden su postura y complementan lo realizado.</p> |

|  |  |
|--|--|
| <p>D: en la primera nos salió 6x5, entonces busqué el 6 en la tabla y conté 6 más, 5 veces, 6, 12, 18, 24, 30 (estos números estaban marcados en la tabla de 100) el resultado es 30</p> <p>C: yo conté con los dedos, pero me confundí, entonces hice palitos y me dio 30</p> <p>*Se cambian las instrucciones ahora se les entrega a los estudiantes otro dado a cada uno, es decir cada alumno tiene dos dados, deben sumar sus dados y multiplicarlo con el resultado de su compañero*</p> <p>IN: ¿Cómo van? (se acerca a una de las parejas)</p> <p>A: me salió 3 y 4 entonces es 7 y al JO le salió 6 y 2 entonces es 8, ¿ahora que teníamos que hacer?</p> <p>JO: hay que multiplicar el 7x8</p> <p>*Los alumnos comienzan a calcular*</p> <p>JO: me dio 53</p> <p>A: a mi 56</p> <p>IN: entonces ¿cuánto es?</p> <p>A: (comienza a explicarle a su compañero como lo realizo) tienes que contar entonces 7+7, 14 y lo anotas</p> <p>JO (mira lo que a le está explicando lo piensa y comienza a resolver por sí mismo) me equivoqué "A" tiene razón, conté mal</p> |  |
|--|--|

| Transcripción   | Análisis   |
|---|--|
| <p>Sesión 5</p> <p>Se realiza un trabajo con cartas inglesas en la cual la A= 1 J=11 Q=12 y K= 13, se realiza algo parecido que, con los dados, en parejas cada uno sacara una carta al azar sin reponerla y debe multiplicarla con la de su compañero.</p> <p>IN: vamos a hacer algo parecido a la sesión de los dados, vamos a sacar una carta y la multiplicaremos con la que saque mi compañero, resolveremos y luego se compartirá</p> <p>JO: me salió 2</p> <p>D: a mi 6, entonces 2x6 (lo anota y utiliza la tala de 100)</p> <p>JO: (utiliza calculo mental) son 12</p> <p>D: si, son 12</p> <p>IN: (se acerca a la otra pareja) ¿Cómo van?</p> <p>A: nos salió 12 x 4, pero es más fácil 4x12, entonces (se pone a contar)</p> <p>JE: (realiza el algoritmo convencional y multiplica 12x4) 2x4 y 1 x4 (con algunas dificultades, debido a que este no está adquirido en su totalidad, como se ve complicado sigue la estrategia de su compañero "A", cuentan en conjunto y llegan a mismo resultado</p> | <p>Los estudiantes también comprenden que su compañero es fuente de conocimiento, que su estrategia puede ser útil para resolver este ejercicio u otro, además de comprender que la docente no es la única fuente de conocimiento.</p> |

|  |  |
|--|--|
| <p>IN: (le pregunta a la otra pareja) ¿Cómo están resolviendo?<br/>D: yo utilizo la tabla de 100, y me ubico en el número y voy sumando, marco el número, hasta llegar al resultado y contar las veces necesarias.<br/>JO: yo lo pienso en la mente, pero cuando son números más grande me apoyo en la tabla de "D" o ratifico con ella.</p> |  |
|--|--|

