UNIVERSIDAD
ALBERTO HURTADO

Facultad de Educación
Departamento de Pedagogías Medias y Didácticas Específicas
Programa de Magíster en Didáctica de la Matemática

"Propuesta didáctica para la Adición y Sustracción con términos algebraicos en Séptimo Básico"

Informe de trabajo final para optar al grado de Magíster en Didáctica de la Matemática

Fabiola Riquelme Escobar
Profesora Guía: Mg. Cecilia Rojas Pardo
Profesor Informante: Dr. Marcos Barra Becerra

Santiago, Chile
2016

AGRADECIMIENTOS

Gracias a todos los profesores que fueron participes de este proceso entregándome su experiencia y conocimientos.

Y a todos los que me apoyaron para escribir y concluir esta tesis en forma especial a mi profesora guía.

INDICE

INTRODUCCIÓN

El Álgebra, uno de los ejes basales de la formación general de la asignatura de Matemática de la Educación Básica y Media en el Chile del nuevo siglo, es transversal a otros ejes de enseñanza de la misma ciencia y también, de otras ciencias. Creemos que es importante saber cómo se está enseñando en las escuelas, existen investigaciones que nos dicen que los profesores enseñan el álgebra inicial siguiendo una tradición central en la manipulación mecánica de símbolos (Olfos, 2005, pág. 2), esta forma no ha dado buenos resultados reflejados en la prueba nacional Simce 2013 (nivel 8vo Básico) que indican que no hay variación o avances significativos, por lo cual se hace necesario nuevas propuestas didácticas.

El álgebra es un eje que se estudia desde comienzos de la Educación Básica; pero es en Séptimo cuando se comienza a tratar con mayor formalidad. Los profesores introducen los cimientos para el resto de la vida escolar; en este contexto se invita a la reflexión pedagógica respecto al cambio del pensamiento de lo aritmético al algebraico donde los estudios nos indican: que “los adolescentes, al comenzar el estudio del álgebra traen consigo las nociones y los enfoques que usaban en aritmética. Sin embargo, el álgebra no es simplemente una generalización de la aritmética”. “El álgebra requiere un cambio en el pensamiento del estudiante de las situaciones numéricas concretas a proposiciones más generales sobre números y operaciones”. (Kieran & Filloy, 1989 pág. 229), otras investigaciones de carácter cognitiva nos dicen “que hay ciertos cambios conceptuales y/o simbólicos que establecen la diferencia entre pensamiento aritmético y el algebraico, en el individuo. Algunos tienen relación con las interpretaciones de las letras” (Kücheman 1981,; Booth, 1984; Kieran, 1992). Otros investigadores nos dicen que “el cambio del significado de una letra, necesita ser observado y se debe tener cuidado durante su proceso de aprendizaje. De esta manera el nivel matemático del pensamiento de los niños evoluciona” (Streefland, 1995). También es necesario considerar en este cambio de pensamiento “la importancia de la visualización de representaciones geométricas para ayudar a la transición (Alfino Flores, 2000 pág. 12).

Considerando lo expuesto, en esta investigación se propone una secuencia didáctica para la adición y sustracción de términos algebraicos en

Séptimo Básico, otorgándole importancia al uso de las letras como valor concreto, monetario - magnitud - medida y no como un reemplazo de un número sin sentido. Mostrando al objeto matemático en distintas facetas apoyándonos en la teoría de los Modos de Pensamiento de Ana Sierpinska donde desarrollaremos los pensamientos analíticos y sintéticos mediante actividades de clase y proponiendo momentos de exploración para los estudiantes, con el objetivo que puedan establecer ¿cuándo los términos algebraicos son semejantes y cuáles son las condiciones que deben cumplir?

La investigación está organizada en cinco capítulos, como se indica a continuación:

CAPÍTULO I: ANTECEDENTES Y DELIMITACIONES DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN, OBJETIVO GENERAL Y ESPECÍFICO

En este capítulo, se presentan estudios que muestran la preocupación de los investigadores por los problemas intrínsecos del álgebra y las dificultades y resistencias de los estudiantes frente a ella. También, se presentan resultados de pruebas internacionales y la presentación descriptiva de los Planes de Estudio y Textos Escolares, entregados por el Ministerio de Educación como apoyo a la docencia, como también se muestra los aspectos históricos epistemológicos del objeto matemático. Luego, se plantea la problemática, algunas preguntas de investigación, el objetivo general de la investigación con los objetivos específicos.

CAPÍTULO II: : MARCO TEÓRICO

En este capítulo, se describe en forma general los Modos de Pensamiento de Ana Sierpinska y luego, se muestra la forma en que desarrollaremos el Modo Analítico y Estructural en la investigación.

CAPÍTULO III: DISEÑO METODOLÓGICO Y TRES FASES

Se explica en esta sección en qué consiste la propuesta pedagógica y se trabaja en las cuatro fases planteadas por Artegui, considerando algunos elementos de la micro Ingeniería. En la Primera Fase; donde se muestran las tres sesiones, el Pretest con el Postest y cómo serán analizadas las respuestas de los estudiantes - Segunda fase: Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas - Tercera fase: Experimentación; se presentan las respuestas de los estudiantes al Postest

CAPÍTULO V:

Se muestran los resultados de los postest en ambos grupos 7°C y 7°A analizándolos en la cuarta fase: Análisis a posteriori y evaluación; se presenta gráficamente los resultados obtenidos.

CAPITULO V CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

Finalmente, en esta sección se establecen las conclusiones respecto a las preguntas planteadas, a los objetivos y a los hallazgos. Se presentan sugerencias didácticas para posteriores estudios y comentarios.

CAPÍTULO I:

1.1. ANTECEDENTES Y DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1.1. REVISIÓN DE ANTECEDENTES

Una de las dificultades en la Educación Matemática es el tránsito de la aritmética al álgebra debido a los cambios conceptuales que se deben producir y que no siempre el docente los tiene en cuenta al realizar el proceso enseñanza aprendizaje, normalmente se le considera al álgebra como una generalización de la aritmética restándole importancia al tránsito de esta.

Socas (1996) publica el libro de Iniciación al Álgebra donde se presenta la clasificación propuesta por Küchemann quien plantea seis niveles de letras, también nombradas como seis estadio, las tres primeras corresponden a niveles pre-algebraicos y los tres últimos son necesarios para comprender en profundidad el álgebra elemental: a) letras evaluadas b) letras ignoradas c) la letra como objeto, en este caso la letra es vista como un objeto concreto d) letra como incógnitas específicas, en este caso las letras son números desconocidos e) letras usada como un número generalizado f) letra usada como variable. Si el estudiante no conoce los distintas niveles que puede tomar una letra, difícilmente podrá comprender el distinto uso en ecuaciones, productos notables, operaciones algebraicas, funciones, otras. Para nuestro estudios es muy importante la clasificación de la variable que nos permitirá la visualización del objeto en diferentes facetas, la consideremos como objeto concreto (c) por lo cual se propone comenzar el eje de álgebra dando énfasis al uso de la letra como objeto que representara unidad monetaria, masa o medida, será algo nuevo para el estudiante debido a que la variable en años anteriores es una letra evaluada (a) o letra como incógnita (d). Cuando el alumno logre asimilar el uso de la letra en este estadio podrá comprender el objeto matemático y extrapolar el conocimiento a la adición y sustracción de raíces con igual cantidad subradical como también a la adición y sustracción de complejos o a su utilización en productos notables que corresponden a contenidos de años posteriores en la Educación Media.

Uno de los primeros estudios que presentamos, plantea el álgebra como múltiples dimensiones (multidisciplinar) engloba: generalizaciones de patrones y relaciones numéricas, el estudio de estructuras abstraídas del cálculo y relaciones, el desarrollo y la manipulación del simbolismo y la modelación como dominio de expresiones y formalizaciones de generalizaciones (Kaput, 1998, 2000; Shlieman, Carroler, Brizuela, Earnest(2006)). Del estudio se desprende que lo multidisciplinar del álgebra no está desarrollado durante la enseñanza escolar ni superior. Se afirma que en las escuelas, el álgebra se enseña desconectada de otros conocimientos matemáticos y del mundo real de los estudiantes. Al estudiante no se le posibilita reflexionar sobre sus experiencias para que logre la articulación de sus conocimientos, permitiéndole de esta forma alcanzar los aprendizajes con comprensión. Debido a esto, es necesario el planteamiento de propuestas didácticas que muestren al álgebra desde otras facetas de la matemática u otras dimensiones, como la Geometría, donde es posible ver el álgebra desde conocimientos previos, ya adquiridos como el perímetro, área y volumen de figuras geométricas, donde el estudiante debe hacer la articulación con conocimientos anteriores para lograr los nuevos, mediante la intervención del docente. Al visualizar el objeto matemático en la faceta Geométrica lograremos que el estudiante comprenda mediante las dimensiones del porque es distinta **x** que $\mathbf{x^2}$, ya que **x**" representará la medida de un segmento en cambio $\mathbf{x^2}$ representará el área de una figura de dos dimensiones como en el rectángulo (por ejemplo, ancho $= \frac{1}{2}x\ y\ largo = \ 2x$) o un cuadrado. En el estudio también se mostrará el objeto desde la faceta aritmética al definir la variable como objeto concreto, con lo cual estamos utilizando lo multidisciplinar del Álgebra planteado en este estudio.

En otro estudio (Chalouh y Herscovics, 1984) diseñaron un experimento para superar la dificultad que tienen los estudiantes de aceptar las expresiones algebraicas como solución de problemas, es decir el llegar a soluciones como 2x + 2y lo ven como **falta de cierre** acuñado por (Collis), (Kieran 1983) que en su estudio encontró que algunos estudiantes no podían asignar significado alguno a la expresión a + 3, por estar familiarizados solo con resultados aritméticos, los estudiantes al enfrentar un valor numérico como solución lo asocian al contexto de una situación o problema. Este problema se presenta en la adición y sustracción de términos algébricos debido a que las soluciones son expresiones (4a + b), donde el estudiante no comprende que esa es la respuesta final debido a que no puede interpretar la solución. En la propuesta se ha puesto énfasis en indicar que las letras representan magnitudes, distancia o cantidades, dándoles sentido a las letras dentro del entorno del estudiante, es decir definiendo la letra como objeto y no como una variable numérica (es la forma en la cual ha trabajado la variable en años anteriores), con lo cual podrá darle sentido a las soluciones algebraicas.

Otra preocupación a considerar es lo que menciona Socas en SEIEM III (1999) donde se discute respecto a las letras con significado algebraico (variable), las expresiones algebraicas y las ecuaciones lineales. Afirma que "la cognición es intrínsecamente contextual versus el lenguaje algebraico es intrínsecamente abstracto". En la afirmación hace alusión a distintas investigaciones, indica que en Sudáfrica se destacan nuevas tecnologías en el pensamiento algebraico y que existe la necesidad de profundizar más en los aspectos epistemológicos y cognitivos. En sus conclusiones considera tres aspectos en la investigación del pensamiento algebraico, que son importantes:

- Diseñar estudios que indiquen cómo pueden los estudiantes llegar a comprender la estructura algebraica.
- Preocuparse del desarrollo curricular.
- Un acercamiento semiótico del lenguaje algebraico, integrando los contextos numéricos y geométricos. (Socas,1999)

Como se afirma en el estudio, el álgebra tiene una faceta abstracta, lo cual puede llevar al estudiante a un rechazo del eje temático por la falta de comprensión. Una forma de acercar al estudiante a este mundo abstracto es mediante la presentación del álgebra a través de objetos matemáticos ya asimilados como andamiaje previo, debiendo realizar la acomodación (Piaget) a las nuevas situaciones. En base a este estudio es que se consideraron elementos de la Geometría como representación de las expresiones algebraicas fundamentada en la historia epistemología del objeto matemático, específicamente en los Griegos quienes fueron los primeros en plantear el álgebra geométrica antes de Cristo. También se indica acá que es necesaria la creación de estudios para ayudar al estudiante a la comprensión de estructuras algebraicas el estudio presentado apunta a esto, pero teniendo en cuenta que se enfoca a Séptimo Básico las estructuras algebraicas son propiedades o definiciones.

En el ámbito de cómo se desarrolla la enseñanza-aprendizaje del álgebra, se presentan estudios realizados desde la perspectiva de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) que han evidenciado, en distintos sistemas educativos una fuerte tendencia a vincular el álgebra exclusivamente con la aritmética (Bolea, 2003; Valoyes, 2008) de tal forma que sus símbolos representan números. En contraposición, está el estudio de Álgebra de Peacock que propone que los símbolos se entiendan como números o magnitudes, nos indica una dualidad que debe estar presente cuando se trabaja con variables. Esta perspectiva pedagógica resulta angular en el proceso de enseñanza aprendizaje, debido a que en forma intuitiva los estudiantes no logran visualizar la naturaleza dual de la variable, siendo muy necesario al momento de realizar operaciones de adición y sustracción con términos algebraicos; las variables se muestran desde distintas representaciones, tales como magnitud, medidas y valor monetario, para mejorar la comprensión de las identidades en cursos superiores donde no es un reemplazo de un número que es la forma habitual, que el estudiante la utiliza.

El estudio de Caballero y Juárez (2016) muestra los errores algebraicos en la adición de fracciones algebraicas en estudiantes que ingresan a la Universidad a carreras relacionadas con la matemática. Dándole importancia a la dificultad en la transición de la aritmética hacia el álgebra, las diferentes interpretaciones de las variables, errores en la manipulación algebraica como al simplificar $3xy + 4yz = 7xyz$ Matz (1980) y la clasificación de errores. Ellos clasificaron los errores cometidos por los estudiantes en veinticinco categorías, de las cuales tres tienen relación con el conocimiento de la adición y sustracción de términos algebraicos y con la definición de la variable:

- Errores por una mala interpretación de la variable: según Kuchemann (1980), el error se da porque los estudiantes evitan operar las letras como tal reemplazándolas por números. Aproximadamente un 4% cometió el error.
- Errores el combinar términos diferentes: El estudiante no respeta la forma en la que se reducen términos semejantes, combinando las variables como los exponentes. Aproximadamente un 3% cometió el error.
- Errores al reducir términos semejantes: Por no tomar en cuenta los signos o por sumas erróneamente los coeficientes. Aproximadamente un 19% cometió el error.

Si logramos que en séptimo básico el estudiante comprenda con sentido la clasificación de las variables y la operación de los términos algebraicos evitaríamos este tipo de error siendo una de las pretensiones a largo plazo de la propuesta didáctica que planteamos.

El último estudio considerado es el de FilloyKaput (1989) El aprendizaje del álgebra y la sicología, se entregan aportes de los procesos cognitivos en el aprendizaje del álgebra en secundaria, también muestra los intentos de los investigadores por desarrollar una teoría de la enseñanza-aprendizaje del álgebra. Se plantean las dificultades en los estudiantes de pasar del mundo aritmético al algebraico, debido a que es necesario redefinir algunos elementos, como por ejemplo el signo igual, la concatenación de notaciones algebraicas, las variables, expresiones y ecuaciones. En la propuesta didáctica fue considerado este estudio al presentar el eje de álgebra desde una faceta aritmética que es lo conocido por ellos, pretendiendo hacer más simple el proceso de enseñanza – aprendizaje del álgebra.

1.1.2. ASPECTOS HISTÓRICOS - EPISTEMOLÓGICOS

Se presenta este aspecto del objeto matemático para indicar que en sus comienzos el álgebra no está solo en el álgebra. Históricamente el surgimiento de objetos matemáticos ha sido desde lo aritmético y/o geométrico debido a las necesidad que tenían las distintas civilizaciones, pero sin duda en todas las culturas se desarrolló el álgebra, partiendo por los Babilonios **(**aproximadamente desde el 2000 hasta el 1600 A.C.) se encontraron enunciados de transacciones comerciales o del peso de una piedra que involucraban procesos algebraicos. Estos problemas conducían a ecuaciones de primer grado. También relacionaban medidas de figuras geométricas con ecuaciones simultáneas o con ecuaciones de segundo grado. En lo referente al álgebra los egipcios (aproximadamente desde 3150 a 31 A.C.) crearon papiros que contienen soluciones a problemas con una incógnita y problemas en contexto geométricos. En general las antecedentes que existen, hacen referencia a ecuaciones de distintos niveles. Para nuestra investigación nos enfocaremos en la cultura Griega porque ellos desarrollaron el concepto de *algebra geométrica.*

Griegos (aproximadamente desde 700 A.C. a 350 D.C.) esta cultura se ubicó en las costas del mar Egeo, en la matemática griega suelen distinguirse cuatro períodos:

I. Jónico: finales del siglo VII A.C. hasta mitad del siglo V A.C Formación de la matemática como ciencia independiente.

II. Ateniense: entre el 450 y el 300 a.C. Período del *algebra geométrica*. El centro de la actividad matemática se hallaba en Atenas.

III. Helenístico: desde mediados del siglo IV hasta mediados del siglo II. Período de mayor esplendor.

IV. Alejandrino: también se menciona, a veces, este período en la época en que Alejandría era el foco principal. La Escuela Pitagórica incorpora resultados de la tradición Babilónica aritmético algebraica. La primera finalidad de esta secta era religiosa pero secundariamente, el desarrollo matemático que de ella se derivó fue enorme.

La dicotomía abierta entre número y magnitud continua exigía un nuevo planteamiento del algebra Babilónica que habían heredado los Pitagóricos; los viejos problemas en los que, dada la suma y el producto de los lados de un rectángulo, se podía hallar dicho lado, tendrían que ser tratados de una manera muy diferente que mediante los algoritmos numéricos de los Babilonios. Había que construir un “álgebra geométrica” que generalizase y ocupase el lugar de la vieja “álgebra aritmética” y en esta nueva álgebra ya no se podrían sumar segmentos a áreas o áreas a volúmenes. Se cree que conocían los métodos empleados por los Babilonios para la resolución de ecuaciones, ya que realizan trabajos basados en elementos geométricos y aritméticos para resolver y comprobar propiedades; en el libro II de los *Elementos de Euclides*.

En la obra de Descartes se suele describir demasiado a menudo simplemente como la aplicación del álgebra a la geometría, mientras que, de hecho, podría caracterizársela igualmente bien como la traducción de las operaciones algebraicas al lenguaje de la geometría; el primer libro se llama “ Cómo se relacionan los cálculos de la aritmética con las operaciones de la geometría”, mientras que el segundo trata de “cómo pueden efectuarse geométricamente la multiplicación, la división y la extracción de raíces cuadradas” esto ya había sido hecho en cierta medida por Al-Khowarizmi a Oughtred, lo que suministró un marco geométrico para las operaciones algebraicas. En el texto “La géométrie” de Descartes donde el único símbolo arcaico que se utiliza es $\propto$ en vez de = para la igualdad, por primera vez utiliza las primeras letras del alfabeto para los parámetros constantes, y de las últimas para las incógnitas o variables, adoptando para ellas la notación exponencial, y la utilización de los símbolos germánicos + y - pareciéndose a la notación utilizada actualmente para el álgebra, donde la diferencia está en que Descartes considera las letras como segmentos por lo cual nosotros seguimos leyendo hoy xx como “x cuadrado”, sin imaginarnos nunca como un cuadrado de lado x.

Por lo tanto podemos afirmar que los aspectos históricos-epistemológicos del objeto matemático nos avalan la propuesta didáctica al visualizar la adición y sustracción de términos algebraicos desde lo aritmético y geométrico.

1.1.3. PRUEBAS INTERNACIONALES

Además de los trabajos de investigación presentados, mostraremos algunos resultados obtenidos en pruebas internacionales, como antecedentes para la investigación:

- **Timss 2011**;

  Considerando que esta prueba recoge información del contexto educativo en el que los estudiantes aprenden estimamos que sus resultado son un aporte a la investigación. Esta se rinde cada cuatro años e indican metas a largo plazo en educación, es decir se podría realizar medición de remediales debido a bajos rendimientos generales o en alguna área específica.

  El eje de álgebra abarca un 30% (47 preg.) de la prueba y evalúa las habilidades de conocimiento, aplicación y razonamiento en las áreas de Patrones - Expresiones algebraicas - Ecuaciones/ fórmulas y funciones. Los resultados obtenidos indicarían que las remediales aplicadas hasta el momento en álgebra no han sido las mejores, ya que los resultados no indican incrementos significativos.

  En el año 2011, la muestra fue de 193 establecimientos llegando a un total de 5.835 estudiantes de todo Chile. Obteniéndose a nivel nacional **416** puntos en los Octavos Básicos lo cual indica un incremento paulatino desde 1999. A pesar del incremento, incrementos no se ha alcanzado ni siquiera un *nivel intermedio* establecido sobre **475**, si nos enfocamos en el eje de Álgebra es el más débil logrando **403** puntos**.** Estos resultados en álgebra nos indica, que este aprendizaje no es significativo para los estudiantes, en tanto su anclaje no se está logrando en los estudiantes como un aprendizaje significativo; debemos considerar que en estos cursos es donde se entrega la base del álgebra para el resto de la enseñanza media y superior.

Ejemplos de preguntas de la prueba Timms 2011 donde se muestran los resultados en Chile en relación al resto a otros países, evidenciando que no existe una compresión de la adición y sustracción de términos algebraicos.

Ejemplo 19

¿Cuál de estas expresiones es igual a $2x - 3y + 7x + 5y$?

Ⓐ $5x + 2y$
Ⓑ $5x + 8y$
Ⓒ $9x + 2y$
Ⓓ $9x + 8y$

Tópico principal	Expresiones algebraicas
Habilidad	Manejar conocimientos y procedimientos
Clave	C
% respuesta correcta Chile	25,1
% respuesta correcta Internacional	49,7
Presente en currículo	No
Nivel de logro	Alto

Ejemplo 20

Resta: $3x/7 - x/7 =$

Ⓐ $2/7$
Ⓑ 3
Ⓒ $2x$
Ⓓ $x/7$
Ⓔ $2x/7$

Tópico principal	Expresiones algebraica
Habilidad	Manejar conocimiento y procedimientos
Clave	E
% respuesta correcta Chile	27,3
% respuesta correcta Internacional	54,4
Presente en currículo	No
Nivel de logro	Alto

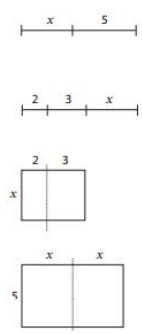
¿Cuál de las siguientes opciones podría representar la expresión $2x + 3x$?

Ⓐ El largo de este segmento:

Ⓑ El largo de este segmento:

Ⓒ El área de esta figura:

Ⓓ El área de esta figura:

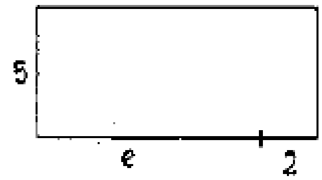


Dominio de contenido	Dominio cognitivo	Respuesta correcta	Nivel de desempeño
Álgebra	Conocimiento	C	Avanzado

CSMS

Al observar uno de los ítems del test CSMS (Concepts in Secondary Mathematics and Science), que se aplicó a 2820 estudiantes británicos de secundaria, se les pedía que determinaran el área del rectángulo que se muestra en la figura 1.

figura 1



:

El 42% de los estudiantes de 13 años respondió 5e2, o e10, 10e, o e + 10 (Kuchemann 1981). Lo cual indicaría la falta de comprensión de los estudiantes cuando su respuesta debe ser una expresión algebraica, que es también uno de los problemas que se presentan a nivel nacional en álgebra.

Podemos concluir con respecto a los pruebas internacionales que el eje de Algebra tiene problemas en nuestro Sistema Educacional, debido a que en general no presentan avances significativos. Lo que se está realizando en Educación hasta el momento no está dando buenos frutos, se requiere de cambios en la Educación del Algebra que es también lo que indican los estudios, por ello presentamos una propuesta didáctica para la adición y sustracción de expresiones algebraicas que muestra este objeto matemático desde distintas facetas proponiendo el utilizar la variable como objeto concreto.

1.1.4. PRESENTACIÓN DESCRIPTIVA DE LOS PLANES Y PROGRAMAS DE SÉPTIMO BÁSICO

Una de las fuentes de consulta de los docentes para realizar secuencia de aprendizaje son los Planes y Programas del Ministerio de Educación, debido a esto es importante conocer el material con el que ellos cuentan. Desde Séptimo en adelante existen las nuevas Bases Curriculares que deben ser implementadas de la siguiente forma: 7° y 8° Básico el año 2016, 1° medio el año 2017 y 2° medio el año 2018. En Séptimo Básico, el estudiante conocerá las bases estructurales del álgebra, a diferencia de los niveles inferiores.

El eje de número y álgebra se presenta de la siguiente forma:

Objetivo Fundamental 06

- Resolver problemas en diversos contextos que impliquen plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números enteros 17, fracciones o decimales positivos, identificando términos semejantes y estrategias para su reducción.

Contenidos mínimos obligatorio CM09

- Resolución de problemas en contextos diversos y significativos en los que se utilizan adiciones y sustracciones con números enteros, proporciones, potencias y raíces como las estudiadas, enfatizando en aspectos relativos al análisis de las estrategias de resolución, la evaluación de la validez de dichas estrategias en relación con la pregunta, los datos y el contexto del problema.

Aprendizajes Esperados

AE1.06: Caracterizar expresiones semejantes y reconocerlas en contextos diversos.

Indicadores de Evaluación

- Identifican expresiones semejantes y no semejantes en contextos algebraicos y reconocen las diferencias.
- Reconocen expresiones semejantes en contextos geométricos. Por ejemplo, reconocen que los lados de triángulos expresados en centímetros son expresiones semejantes.

AE 1.07: Establecer estrategias para reducir términos semejantes.

Indicadores de Evaluación

- Reducen sumas de términos semejantes utilizando estrategias establecidas.
- Convierten sumas y restas de términos en expresiones semejantes y las reducen. Por ejemplo, la suma 2a + 3b + 3c + a la expresan en la forma 2 (a + b + c) + (a + b + c) y posteriormente la reducen.

La propuesta cumple con los contenidos mínimos exigidos por el Ministerio de Educación, considerando sus sugerencias como son declaradas (Olfos A. 2007) “las letras no sólo hagan referencia a cantidades discretas sino también a magnitudes en fórmulas como en el caso del área de una región rectangular, poniendo de manifiesto la conveniencia de que el profesor incorpore la visualización para facilitar al alumno la comprensión y ofrecerle un contexto significativo con respecto al lenguaje algebraico”. Considerando lo anterior y los Aprendizajes Esperados, en la propuesta aparecen actividades donde se presenta el álgebra desde distintas facetas (aritmética – geométrica) para que el estudiante mediante la exploración obtenga la caracterización de expresiones semejantes y pueda realizar las sumas y sustracciones de términos algebraicos.

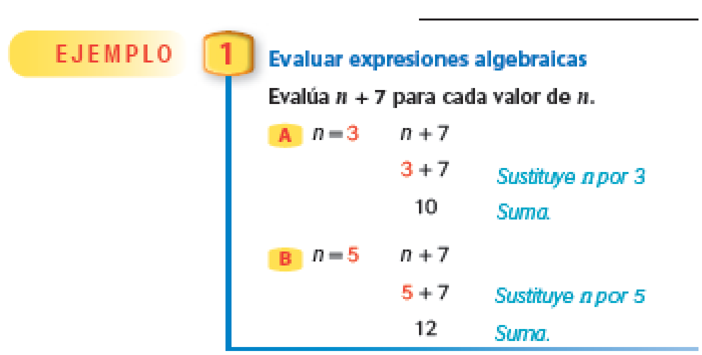
1.1.5. PRESENTACIÓN DESCRIPTIVA DEL TEXTO DE ESTUDIO SÉPTIMO BÁSICO 2014

El Texto Escolar es otra de las fuentes consultadas por los docentes, como apoyo a su quehacer en el aula, tomándolo como referencia de un saber sabio, debido a esto consideramos importante realizar un análisis descriptivo del material entregado al docente para saber la forma en la cual es propuesta la adición y sustracción de términos algebraicos. Se consideró el Texto de Estudio entregado por el Ministerio de Educación del año 2014 de Séptimo Básico en la unidad de número y álgebra de la Editorial Galileo.

La unidad se llama "Razonamiento Algebraico" un título bastante ambicioso, porque incita a pensar que se le dará al estudiante la posibilidad de razonar. El libro comienza con una vista previa y luego con los contenidos nuevos en el capítulo 2.1 que se presenta a continuación:

Capítulo 2.1 ***Variables y expresiones Algebraicas***

Comienza con un texto histórico en el cual se define variables, constantes, expresiones algebraicas y evaluación de expresiones. Se trabaja la letra como variable, ya que se le asigna un valor numérico, que debe ser reemplazado en expresiones algebraicas, que induce al estudiante pensar que las letras son variables numéricas, que es totalmente opuesto a lo que se plantea en este estudio en el cual se propone la letra como objeto. La evaluación de expresiones debería corresponder a las ecuaciones o fórmulas matemáticas, y no en este contenido que es un camino para las Identidades Notables que corresponde a cursos posteriores.



Texto del estudiante año 2011, entregado por el Ministerio de Educación pág.54.

El capítulo no presenta momentos para la exploración sólo se trabaja en un modelo docente clásico tecnicismo.

La letra a tiene un valor que puede cambiar o variar. Cuando una letra representa un número que puede variar, se llama **variable**. El año 1778 es una **constante**, porque es un número que no cambia.

Una **expresión algebraica** es aquella combinación de términos algebraicos relacionados entre sí por operaciones de suma y resta. Por ejemplo, $a - 1778$ es una expresión algebraica de la edad que tenía O´Higgins en determinado estadio de la historia de Chile.

Evaluar (valorizar) una expresión algebraica consiste en asignar un valor determinado a las **variables** y luego hacer las operaciones para calcular el valor numérico.

Suceso	Año del suceso (a)	a - Año de nacimiento =	Edad
O´Higgins es nombrado teniente coronel del 2° Regimiento de Caballería.	1811	1811 – 1778	33
Emprende la marcha hacia Mendoza	1817	1817 – 1778	39
Se traslada con su familia a Huanchaco, donde se encontraba Bolívar.	1823	1823 – 1778	45
Muere O´Higgins	1842	1842 – 1778	64
	a	$a - 1778$	

Texto del estudiante año 2011, entregado por el Ministerio de Educación. Pág.54

Capítulo 2.2 Cómo reducir expresiones algebraicas; En este capítulo se continúa trabajando la letra como variable, comienza al igual que el capítulo anterior, con las definiciones. Luego, define términos semejantes considerando solo al factor literal y no al exponente del factor literal, como parte importante de la definición de términos semejantes, pero sí en los ejemplos se debe comprobar ambas condiciones sin haber realizado ninguna explicación de ellas.

Las entrevistas individuales para el casting de un reality show pueden durar hasta x minutos cada una y las grupales hasta y minutos cada una. El intervalo durará 15 minutos.

La expresión $7x + 9y + 5y + 15$ representa la máxima duración del casting si se presentan 7 personas a entrevistas individuales, 9 entrevistas grupales y luego 5 entrevistas grupales más.

En la expresión $7x + 9y + 5y + 15$, $9y$ y $5y$ son **términos semejantes**, pues tienen igual factor literal.

Por ejemplo, en la expresión $5xy + 2y + 3yx + 15$ los **términos** $5xy$ y $3yx$ son términos semejantes, ya que $xy = yx$.

Texto del estudiante año 2011, entregado por el Ministerio de Educación. Pág. 58

1 **Identificar términos semejantes**

Identifica términos semejantes en la lista.

$5a \quad \frac{t}{2} \quad 3y^2 \quad 7t \quad x^2 \quad 4z \quad k \quad 4{,}5y^2 \quad 2t \quad \frac{2}{3}a$

Texto del estudiante año 2011, entregado por el Ministerio de Educación.

La adición y sustracción de términos se realiza ejemplificando solo en el caso que el factor literal no tiene exponente, se le solicita posteriormente al estudiante que identifique términos semejantes donde aparecen con exponente lo cual genera un obstáculo, debido a que nunca se ha definido la condición del exponente en los términos semejantes. En el texto se muestra una aplicación geométrica, pero la forma de presentarlo es como ejemplo sin dar la importancia a la epistemología del objeto.

El texto no permite la exploración al estudiante para que pueda generar sus propias definiciones, debido a que comienza dándolas, con lo cual podemos afirmar que este texto comienza en un Modo Estructural. A pesar de presentar aplicaciones geométricas, no podríamos afirmar que existe un Modo Geométrico por la escasa importancia dada al objeto. El Modo Aritmético se presenta en el capítulo I, pero no en el capítulo II, es donde se trabaja con el objeto del estudio por lo que podemos afirmar que no hay un tránsito por los distintos Modos de Pensamiento de Anna

Sierpinska, por lo tanto no se producirá el conocimiento y menos la comprensión del objeto matemático.

El haber mostrado los Planes y Programas del Ministerio en conjunto con el texto de estudio que corresponden a una de las fuentes de consulta de los docentes nos permite afirmar que nuestra propuesta está dentro de los contenidos mínimos obligatorios establecidos por el Ministerio de Educación y que la propuesta presenta un enfoque distinto al mostrado en el texto de estudio con lo cual correspondería a un cambio en el proceso de enseñanza-aprendizaje pretendiendo lograr aprendizajes con comprensión que perduren, donde el estudiante logre en el tiempo la acomodación para operar otros objetos matemáticos, como las raíces y los números complejos.
.

1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN.

Considerando los antecedentes expuestos, esta investigación presentará una propuesta didáctica para las operaciones algebraicas de adición y sustracción de los términos algebraicos en Séptimo Básico, donde se presenta al objeto matemático desde lo multidisciplinar y no al álgebra en el álgebra, sino desde lo aritmético a lo geométrico llevando al estudiante a lo estructuralmente algebraico con la visión de los Modos de Pensamiento y poniendo énfasis en utilizar a la variable como objeto en las distintas facetas.

El estudio está considerado para el nivel de Séptimo Básico porque es en este nivel donde se comienza a trabajar con un álgebra más estructural y formal. El estudio es pertinente, ya que existe un fenómeno didáctico que es la falta de comprensión y sentido del álgebra. Es necesario lograr que el estudiante comprenda, por ejemplo, la diferencia entre "x" y "x^2" y le dé sentido a través de la representación geométrica. Los resultados mostrados en las pruebas internacionales en el eje del álgebra muestran que la forma en la que se ha abordado el eje, no ha logrado mejoras significativas, por lo cual surgen las siguientes preguntas ¿Qué pueden hacer los docentes para mejorar esos resultados? y ¿qué secuencia didáctica sería la más apropiada para que el estudiante logre comprender el álgebra en séptimo básico?

1.2.1 OBJETIVO GENERAL

Diseñar una propuesta didáctica para que los estudiantes adquieran el conocimiento con sentido, de las operaciones de adición y sustracción de los términos algebraicos en el nivel de séptimo básico mostrando al objeto desde distintas facetas, bajo la mirada de los Modos de Pensamiento.

1.2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Diseñar una propuesta didáctica que presente la adición y sustracción de términos semejantes desde la aritmético a lo geométrico, para luego transitar a lo estructural del algebra.
- Aplicar la propuesta didáctica en séptimo básico.
- Analizar la propuesta didáctica mediante elementos de la micro-ingeniería didáctica.

CAPÍTULO II

2.1. ENMARCAMIENTO DEL REFERENTE TEÓRICO

2.1.1 JUSTIFICACIÓN

La elección del referente teórico utilizado para llevar a cabo el trabajo de Tesis son los Modos de Pensamiento de Anna Sierpinska (2000), principalmente porque es una teoría que nace y se desarrolla para dar respuestas a problemáticas propias del ámbito del álgebra lineal, la cual nos servirá de guía en el diseño de la secuencia didáctica que plantearemos, ayudándonos en mostrar el objeto matemático en distintas facetas aritmética, geométrica y estructural, también la teoría nos ayudará en el análisis de los datos obtenidos del pretest y postest indicándonos si en los desarrollos han transitado los estudiantes por los distintos modos de pensamiento para alcanzar el conocimientos algebraicos en la adición y sustracción en el nivel de Séptimo Básico, como también al realizar la comparación con el grupo que no ha desarrollado la propuesta en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

2.1.2. DESCRIPCIÓN DEL REFERENTE TEÓRICO

La teoría los Modos de Pasamiento de Anna Sierpinska, 2000 es un marco teórico cognitivo, que surge por la necesidad de entender las dificultades de los estudiantes en el aprendizaje del álgebra lineal a nivel universitario "Los estudiantes tienden a pensar más en forma práctica que teórica, y señala que esta tendencia afecta negativamente el razonamiento en esta área.", una de las razones es que los estudiantes comprenden el álgebra lineal con un enfoque más práctico que teórico. Debido a estas disyuntivas la teoría de Sierpinska (1995) es en sí una reflexión del equilibrio entre estos modos de pensar de la matemática y el aprendizaje del álgebra lineal (Bonilla, 2012).

La articulación entre los tipos de pensamiento práctico y teórico permitirá la comprensión del objeto matemático. A que se refiere con pensamiento práctico, es una forma práctica de pensar y dirigida a una acción inmediata, se centra en ejemplos concretos, en la experiencia personal. El pensamiento teórico es una reflexión sobre posibles resultados de una acción, la ambición es llegar a descontextualizar, construir significados de proposiciones. Está ligado a conceptos como espacios vectoriales y transformaciones lineales.

Basada en estos dos enfoques Pensamiento Teórico (PT) y Pensamiento Práctico (PP), Sierpinska crea los Modos de Pensamiento Sintético Geométrico (SG), Analítico Aritmético (AA) y Analítico Estructural (AE). Sierpinska asocia el pensamiento práctico al Sintético Geométrico y el teórico al Analítico Aritmético y Estructural, donde no existe un orden jerárquico entre ellos.

	SG		Pensamiento Práctico
AA		AE	Pensamiento Teórico

La principal diferencia entre los modos “sintético” y “analítico” es que en el modo sintético los objetos son dados directamente para ser descritos por la mente, la cual trata de describirlos, es decir, de manera natural, mientras que en el modo analítico estos objetos son dados indirectamente, de hecho son construidos solamente por la definición de las propiedades de los elementos (Sierpinska, 2000; Parraguez, 2012). Se afirma en la teoría (Sierpinska, 2000) que el estudiante debe transitar por estos tres Modos debido a que permite un pensamiento más versátil del objeto mirando diferentes aspectos según el registro que se utilice, donde cada uno conduce a diferentes significados.

En relación a la adición y sustracción de términos algebraicos tratados en el nivel de séptimo básico es posible abordar los tres Modos de Pensamiento, propuesto por Sierpinska, mostrando el objeto matemático en sus distintas facetas Geométrico, Aritmético y estructural. Importante destacar que el modo Analítico Estructural lo desarrollaremos considerando el nivel de séptimo donde no existirán Estructuras algebraicas, pero si es necesario que el estudiante comprenda el concepto de términos Semejantes y aplique su definición para poder realizar operaciones con los términos algebraicos.

¿Qué se entiende por Analítico Aritmético (AA), Sintético Geométrico (SG) y Analítico Estructural (AE) lo definiremos desde los Modos de Pensamiento y los relacionaremos con las operaciones de adición y sustracción con términos algebraicos:

En el Modo Analítico-Aritmético (AA), los objetos se dan indirectamente, ellos se construyen por la definición de sus elementos. Las figuras se entienden como conjuntos de n-adas de números que satisfacen ciertas condiciones. (Parraguez, 2014). Aquí la visualización juega un rol importante al enfrentarse a una resolución de problemas. Los objetos matemáticos son pensados a través de relaciones numéricas.

En nuestra investigación éste modo AA se visualizará al mostrar las letras como objeto (Küchemann), es decir como un objeto concreto donde la variable reemplazará unidad de moneda (euro, peso o dólar) o unidad de masa (kilogramo, gramos, u otra) o unidad de medida (centímetro, metro, otra) eliminando así el significado abstracto de las letras por algo más concreto y real. (Socas 1996, pág 29). Permitiendo una representación mental del objeto matemático, llevando al estudiante a la comprensión con sentido al relacionar su realidad e interpretándola, como la unidad a trabajar que en nuestro caso puede ser una unidad monetaria, masa o medida.

Unidades monetarias	Peso Dólar Euro
Unidad de Masa	Kilogramo Gramos Miligramo
Unidad de Medida	Metro Centimetro Milimetro

Al desarrollar el pensamiento en este modo se comprenderá que no es posible reducir los términos "x" e "y" porque representaran unidades distintas (peso, dólar o Euro) y no tan solo pensarlo como letras literales distintas. Se espera que el estudiante encuentre sentido a las soluciones del tipo expresión algebraica, tal como "2x + 3y" (ya que podría representar 2 metros más 3 centímetros) dejando de pensar que la solución debe ser monomio o valor numérico.

Se destina para este modo una clase.

En el Modo Sintético-geométrico (SG); los objetos son descritos directamente por la mente, la visualización matemática (en el sentido de Zimmermann y Cunningham, 1991) que tenga el sujeto del objeto toma un rol fundamental en el entendimiento de dicho objeto. Utiliza el lenguaje de las figuras geométricas, planos y líneas, intersecciones, así como sus representaciones gráficas convencionales (Parraguez, 2014). En nuestra investigación éste modo (SG) se seguirá trabajando con las letras como objeto (Küchemann), apoyándonos en la historia epistemología del objeto matemático y la idea de lo multidisciplinar del álgebra (Kaput). Trabajamos el modo Sintético Geométrico permitiendo visualizar el objeto como medidas y dimensiones de las figuras geométricas, realizando operaciones de adición, sustracción en el cálculo de los perímetros, áreas y volúmenes donde interpretaran las letras como unidades de medida (mm., cm. o mt.). Se reafirman los conocimientos adquiridos en el modo A.A, tales como “x” es distinta de “y” por representar objetos distintos y también la validez de los resultados del tipo “x + 2y”. Y se espera que los estudiantes adquieran el conocimiento y la comprensión del porque “x” es distinta “x^2” y de “x^3” al realizar el cálculo de áreas y volúmenes.

Se destina una clase para el trabajo en este modo.

En el Modo analítico-estructural (AE); se sintetizan los elementos algebraicos de las representaciones analíticas dentro de conjuntos estructurales. Es decir, son definidos por una propiedad. (Parraguez, 2014). Aquí recurrimos a las propiedades de los objetos o a su caracterización a través de axiomas. En nuestra investigación este modo no se ve como una estructura algebraica por el nivel en la el cual se trabajó, pero logra transitar por los Modos Geométricos y el Aritmético logrando construir una aproximación a la definición de términos semejantes y a las propiedades de la adición y sustracción de términos algebraicos. Es decir se logra sintetizar los elementos algebraicos, adquiriendo las propiedades algebraicas.

En nuestro estudio es imprescindible que los tres Modos estén presente e interactuando. En la propuesta hacemos que el estudiante transite por los tres Modos de Pensamiento, mirando al objeto matemático desde distintos facetas, constituyendo una forma más amplia de pensar el objeto matemático. Trabajado bajo la teoría de los Modos de Pensamiento de Anna Sierpinska.

CAPÍTULO III

3.1. DISEÑO METODOLÓGICO

En la presente investigación se utilizó una metodología cualitativa, ya que, posibilita la construcción del conocimiento, esta metodología hace referencia a las cualidades del objeto estudiado, permitiendo la descripción de sus características, sus relaciones y su desarrollo. Es una investigación -acción porque el propósito principal es aportar información para las decisiones y los procesos de enseñanza-aprendizaje logrando así mejores prácticas (Elliott 1993), propiciando cambios sociales que lleven a la transformación de la realidad de la enseñanza-aprendizaje.

Para el diseño de la propuesta se consideraron las etapas de Artigue en la metodología de investigación Ingeniería Didáctica, mediante ésta puede verificar si se cumple el objetivo de la investigación que es la creación y aplicación de una propuesta didáctica con la cual se verifica si se generaron aprendizajes comprensivos, en los estudiantes de séptimo, de la adición y sustracción de términos algebraicos. La metodología de investigación se caracteriza:

1. Por un esquema experimental basado en las "realizaciones didácticas" en el aula, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza.
2. Por el registro de los estudios de caso y por la validación que es esencialmente interna, basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori.

En el primer caso se distinguen, por lo general, dos niveles de ingeniería didáctica, como metodología de investigación y como producciones de situaciones de enseñanza y aprendizaje dependiendo de la importancia de la realización didáctica involucrada en la investigación, en la tesis se trabajó con:

- Nivel de micro-ingeniería. Las investigaciones a este nivel son las que tienen por objeto el estudio de un determinado tema. Ellas son locales y toman en cuenta principalmente la complejidad de los fenómenos en el aula.

Las fases de la metodología de la ingeniería didáctica son:

1. Primera fase: Análisis preliminares.
2. Segunda fase: Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas.
3. Tercera fase: Experimentación.
4. Cuarta fase: Análisis a posteriori y evaluación de los análisis preliminares

A continuación detallaremos las cuatro fases en relación a la investigación indicando el trabajo que fue realizado en cada una de ellas.

3.1.1. FASE 1: ANÁLISIS PRELIMINAR

Se consideraron las dimensiones siguientes:

a) Epistemológica: A través de la historia el conocimiento aparece desde la geometría en los Griegos 300 AC.
b) Cognitiva; Ampliar los registros del objeto matemático en los estudiantes.
c) Didáctica; Transitar por los tres Modos de Pensamiento.

Se construyó una secuencias didácticas (tres sesiones y sus actividades) considerando el tránsito por los Modos de Pensamiento. Y un Pretest y Postest, que nos permitió medir los conocimientos previos que tienen los estudiantes y poder comparar estos con los conocimientos adquiridos reflejados en el Postest aplicado después de las tres sesiones. Se recomienda que la propuesta didáctica se realice en clases continuas y que el Postest sea en la misma semana que se realizan las secuencias didácticas, para así mantener la continuidad del aprendizaje.

La propuesta didáctica comienza con un Pretest posterior a éste se realizaron las tres clases con sus actividades (se encuentran en el anexo) correspondientes y se finaliza aplicando un Postest (grupo 7°C). A modo de confrontación se compararán los resultados del Postest con un Séptimo Básico (Grupo 7°A) donde su proceso de enseñanza-aprendizaje corresponda a una forma tradicional (planificación en el anexo) enfrentar el análisis de ambos Postest

El esquema del trabajo en sala será:

	Clase 1 Modo Aritmético	Clase 2 A.A → Modo Geométrico	Clase 3 AA → A.G → A.E	
	Mediante la actividad 1, los estudiantes deberán inferir que los factores literales pueden representar magnitudes, medidas o monetario. Por lo tanto podrán comprender dándole sentido a que en álgebra $x \neq y$. Y también tendrá sentido, las soluciones del tipo expresiones algebraicas, tal como “2x + 3y” Con lo cual trabajarán con la <u>letra como objeto</u> (Küchemann)	Mediante la actividad 2, desde la Geometría los estudiantes se aproximarán a la definición de términos semejantes y de las propiedades que se deben cumplir para la reducción de expresiones algebraicas. Comprenden porque $x \neq x^2$. Se trabajará con la letra como objeto (Küchemann), la epistemología y lo multidisciplinar del álgebra (Kaput)	Mediante la actividad 3, los estudiantes deberán definir cuándo es posible reducir las expresiones algébricas. Se institucionalizan las exploraciones realizadas por los estudiantes usando terminología estructural del álgebra.	

Se plantean problemas que involucren distintas unidades (monetarias, medida y peso). El profesor debe guiar el trabajo para que el estudiante se dé cuenta de la importancia de las unidades en que se trabaja, logrando reconocer si es posible realizar la operación o solamente se deja la expresión algebraica como solución. Lo cual lo llevará a inferir por qué las letras distintas no se pueden sumar o restar, desarrollando la meta cognición.

En las secuencias de clases siguientes, aparece en letra cursiva las sugerencias al docente lo que el profesor debe realizar.

3.1.1.1. CLASE 1

Modo Aritmético

Objetivo: Trabajar la letra como objeto llevándolos a distinguir la diferencia entre los factores literales.

Inicio: Se les consulta por unidades monetarias que ellos conocen en chile (UF, UTM), donde cada una de ellas representa un valor distinto y también se consulta por unidades monetarias internacionales. Se hace un sondeo de las unidades de medidas que ellos conocen y también de magnitudes.

Se explica que se trabajará en conjunto (profesor- estudiante) la actividad 1, donde deberán ir haciendo inferencias del trabajo realizado.

Desarrollo:

Antes de repartir el trabajo el profesor *debe aclara que hasta el momento la letra se utilizaba como "letras evaluadas", es decir donde corresponde a un valor numérico por ejemplo en las ecuaciones del tipo $x + 2=6$ donde $x = 4$ la letra reemplaza un valor numérico. En álgebra la utilización de letras no siempre tienen el mismo significado, para la actividad siguientes trabajaremos con letras que se clasifican en "<u>letra como objeto</u>", ahora la letra la veremos como objetos, es decir representará una unidad monetaria o unidad de medida o unidad de peso y no representará un número como es el caso anterior.* Se reparte la actividad 1(anexo: actividad1) a cada estudiante, se lee en voz alta el primer problema.

Problema 1:

- *Profesor; Consulta ¿cómo creen ellos que obtuvo 34.062,3*(respuesta: sumando)
- *Profesor: Consulta ¿si este resultado refleja el total del dinero que juntaron entre los amigos?* (respuesta: No)
- *Profesor: ¿Por qué? Se les da un tiempo (5 minutos) para que respondan en la hoja*.
- *Profesor: Pide que tres estudiantes lean su respuesta, luego serán argumentadas para indicar si son correctas o incorrectas por los compañeros/as. En conjunto formalizan que son unidades monetarias*

distintas por lo tanto requieren una transformación para poder realizar un total del dinero.

juan	34.000
Diego ($630)	33.579
Rosario ($780)	39.000
Total	106.579

Se lee en voz alta el segundo problema Se les da un tiempo (10 minutos) para que respondan las preguntas a, b, c.

Problema 2:

- *Profesor: Consulta por sus respuestas (se indica cuál es la respuesta correcta) para que los que no lo hicieron en forma correcta la corrijan, discutiendo en forma conjunta las respuestas obtenidos (*las respuestas son*:* suma todo junto (a) – juntando por las unidades de peso (b))
- *Profesor: Lee la pregunta "c" les recuerda a que se refiere con lenguaje algebraico , se les da un tiempo (5 minutos)para que la piensen, luego se anota en pizarra tres respuestas de los estudiantes y se analiza en forma conjunta cual será la mejor o la correcta dependiendo del caso.*
- *El profesor debe hacer que los estudiantes analicen consultándoles ¿qué está representando la letra utilizada? ¿Por qué se debe representar con letras distintas?*

Se lee en voz alta el tercer problema. Se les da un tiempo (5 minutos) para que respondan las preguntas a y b. }

Problema 3:

- *Profesor: Consulta sus respuestas para los que no lo hicieron en forma correcta puedan argumentar y los que se equivocaron, corrijan o expongan donde está su error.*
- *Lee la pregunta c, se les da un tiempo (5 minutos) para que lo piensen. luego se anota en pizarra tres respuestas y se analiza en forma conjunta cuál será la mejor o la correcta luego de escuchar la argumentación de las respuestas anotadas en pizarra.*

El profesor institucionaliza con ayuda de los estudiantes que las variables que se están utilizando indicar distintas unidades (monetaria, medida y magnitud), por lo cual se puede concluir que x es distinta a y por representar distintos objetos. También se acepta como solución una expresión algebraica, tal como "$x – 3y$".

Cierre: Se hacen algunas preguntas para verificar que fue internalizado la razón del porque $x \neq y$. Y las soluciones del tipo expresión algebraica.

- *Profesor: ¿En qué caso debiese utilizar más de una letra en un problema al representarlo en forma algebraica?, ¿Si quiero expresar 5watts y 23 watts, se debe expresar con letra distinta?, ¿qué ejemplo se les ocurre donde se podría expresar con dos letras? y ¿Qué problema me podría dar como solución $3x +5y$?*

3.1.1.2. CLASE 2

Modo Geométrico

Objetivo: Infiere cuando se pueden operar los términos algebraicos.

Inicio: Antes de repartir el trabajo el profesor *debe realizar lo siguiente, recordar que la clase anterior se trabajó con la clasificación de "letra como objeto", es decir representando una unidad monetaria o unidad de medida o unidad de peso y también se recuerda la conclusión obtenida de la clase fue que $x \neq y$ por representar distintas unidades. En esta clase veremos el álgebra desde la geometría, donde Uds. podrán aproximarse algunas definiciones muy importantes en el álgebra.*

En la actividad 2(Anexo) se trabajará la primera parte en forma conjunta (profesor-estudiante) y luego los ejercicios de práctica solos que deberán sociabilizar con sus pares.

Desarrollo:

Se reparte la actividad 2 (anexo: actividad2) a cada estudiante, se lee en voz alta el primer problema

- *Profesor: Da un tiempo (3 minutos) de exploración, luego pregunta por la forma de hacerlo y el resultado anotando, anotando los resultados en pizarra, en forma conjunta, se analizará la respuesta correcta*. (respuesta:5+10+5 = 20)
- *Profesor: Lee en voz alta el segundo problema; se les da un tiempo (2 minutos) de exploración; luego se pregunta por la forma de hacerlo y el resultado (se indica es la respuesta correcta). Se consulta si alguno llegó a un resultado distinto o utilizó otro método que el expuesto en pizarra.*(respuesta: 3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3=33)
- *Profesor: Lee en voz alta el tercer problema, consultando qué quieren decir ¿que sean congruentes? Se les da un tiempo (3 minutos) de exploración.*
- *Profesor: Anota en pizarra las soluciones (pasos y solución) de tres estudiantes en forma conjunta, se analizará la respuesta correcta, Luego, se pregunta ¿por qué fue posible reducir la expresión a "5z"?*

Les recuerda que esta solución es un término algebraico por estar compuesto por un factor numérico, factor literal y un exponente en este caso es uno.

- *Profesor: Lee en voz alta el cuarto problema. Se les recuerda que una expresión algebraica es más de un término algebraico unido por "+" o "-"el profesor pide si son capaces de dar un ejemplo para asegurase que recuerdan ése concepto, continua con el cuarto problema y les da un tiempo (3 minutos) de exploración luego se pregunta por la expresión y el resultado obtenido a tres estudiantes, anotándolo en el pizarrón, Se analiza en forma conjunta la solución correcta. El profesor institucionaliza la solución que es una expresión algebraica. Realiza las siguientes pregunta para asegurarse que fue comprendido y aclarar algunas dudas que podrían surgir: ¿Será la expresión algebraica "3b+2c" igual a "2c + 3b"? (*respuesta*:* conmutatividad*) y, ¿Por qué no se puede reducir la expresión algebraica "3b+2c" a un término algebraico "5b" o "5c"?, ¿Será necesario ordenar la expresión algebraica en un orden alfabético, es decir anotarla "3b +2c"?*
- *Profesor: ahora resolverán los ejercicios solos aplicando lo trabajado*

Soluciones

1) 2x + 2x + 2x +2x = 8x
2) 3x + 3x + x + x = 8x
3) 3x + 3x + x = 7x
4) 8v + 8v + 3v + 3v = 22v
5) 8v + 8v + 3a + 5a = 8a + 16v
6) 3v + 3v + 6v + 6v + 2v = 20v
7) Y + x + 3x + x + y + 2y + y + x + 3x + x + y + 2y = 8y + 6x
8) a) 6x + 6y b) 20t c) x + y + 2y + 3x + 2y + x + 3x + y = 8x + 6y
9) X + 4 + y + x + 4 + y = 2x + 2y + 8
10) X + 2 + x + 2 + 2 + x + 2 + x = 4x + 8

- *Profesor: Muestra todas las soluciones, pero solo se aclara los que les provocaron conflicto al no llegar a la solución correcta.*

Cierre: *Se pregunta ¿Es posible reducir "2x+2y" al tener el mismo factor numérico?*, ¿Con lo trabajado argumenta, por qué 3v no es igual a 3p?, *¿cuándo es posible operar o reducir dos o más términos algebraicos según lo que han concluido*? (repuesta: cuando los factores literales son iguales). Las preguntas son para verificar que fue internalizado la definición a priori encontrada que corresponde a: los términos algebraicos se pueden reducir cuando tiene el mismo factor literal.

3.1.1.3. CLASE 3

Transitar por los tres Modos Aritmético → Geométrico → Estructural

Objetivo: Formalización de la reducción de términos semejantes

Inicio: Antes de repartir el trabajo el profesor *debe recodar las clases anteriores, en la Actividad 1se utilizó la clasificación de "letra como objeto", es decir representa una unidad monetaria o unidad de medida o unidad de peso, correspondiendo a la misma forma como se seguirá ocupando en esta clase y se les recuerda la conclusión obtenida en la clase, x es distinta de y por representar distintas unidades. En la actividad 2 se encontró un acercamiento a la definición de la adición y sustracción de términos algebraicos: estos se pueden operar siempre que el factor literal sean iguales.*

Se explica que en la actividad 3 trabajaremos siguiendo paso a paso las instrucciones del profesor

Desarrollo

Se reparte la actividad 3(anexo: actividad3) a cada estudiante, se lee en voz alta el primer ejercicio solo tienen (4 minutos) para que lo desarrollen.

- *Profesor: Preguntar por el resultado obtenido. Les pide que reflexionen si el ejercicio estuviera dentro de un contexto que representaría x, se esperaría que respondieran "cm", y se les pregunta, ¿x^2 qué representa?*

Se lee en voz alta el segundo ejercicio se les da (3 minutos) para que lo desarrollen

- *Profesor: Pregunta por el resultado obtenido. Les pide que reflexionen si el ejercicio estuviera dentro de un contexto que representaría x, se esperaría que respondieran "mt", entonces ¿x^2 representa?*
- *Profesor: Si tomáramos la respuesta "a" y" c" ¿será posible reducir los resultados, justifica tú respuesta. Y las respuestas "b" y "d" ¿se puede expresar como "$15x^2y^2$" al sumarlas, justifica tu respuesta? ¿Entonces cómo debería expresarse la suma de: "a" y "c"; "b" y "d"?*

Se lee en voz alta el tercer ejercicio se les da tiempo (5 minutos) luego se pregunta

- *Profesor: por la forma de hacerlo y el resultado. Se consulta si alguno llegó a un resultado distinto.* (respuesta :$6mt^2 + 10mt^2 + 6mt^2+10mt^2+15mt^2 = 47mt^2$)

Se lee en voz alta el cuarto problema se les da un tiempo (3 minutos) de exploración

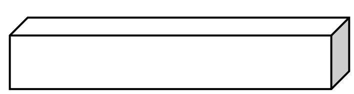
- *Profesor: Preguntar por la forma de hacerlo. Consulta si alguno llegó a un resultado distinto o utilizó otro método*($30mt^3$).*¿cuándo aparezca una letra elevada a dos que representa y si está elevada a tres?* Se esperaría que respondieran que es el volumen o al cálculo en una figura de tres dimensiones *¿Es posible reducir la expresión $y^2 + y^3$, justifica tu respuesta?, entonces para poder reducir términos algebraicos ¿es necesario se cumpla?* Se esperaría que respondieran que existan términos semejantes o indicar que sea igual el factor literal y el exponente.

Se lee en voz alta el quinto ejercicio se les da un tiempo (3 minutos) de exploración

- *Profesor: Pregunta por el resultado obtenido.* ($27\ cm^3$)

Se lee en voz alta el sexto ejercicio se les da un tiempo (3 minutos) de análisis

- *Profesor: Pregunta a tres estudiantes por sus respuesta y verifica e institucionaliza la respuesta correcta (*no estaría bien al ser un cubo deberían tener asignada la misma letra*). Y si hubiese sido un prisma no regular la expresión encontrada xyz ¿estaría bien?*



*El profesor pregunta: Si en un problema "x", "y" y "z" representaran distintas frutas. ¿Cómo interpretarías 4xyz? (*Se esperaría que respondieran que son 4 kilos de fruta sin saber la cantidad exacta de cada una*). Si no encuentran la respuesta o, también para reafirmar conocimientos, se puede plantear el ejemplo del ascensor que indica no más de 78kilos, pero que no sabemos a cuántas mujeres, hombres o niños se refiere (78mhn). Y* *también, de la carga máxima permitida en valijas cuando se viaja en avión ¿cuántas maletas o bolsos se refieren?*

El profesor, en conjunto con los estudiantes buscarán las definiciones más apropiadas a: Términos semejantes. Recolecta ideas de cuando estos términos se podrán sustraer o adicionar, formaliza la definición y ellos la aplican en la ejercitación.

Solución

1) $x^2 + 3x^2 - 3x = 4x^2 - 3x$
2) $5x + 3x - 2x = 6x$
3) $10x - 4y - 5x + 8y = 5x + 4y$
4) $3y + 4x - y + 9x^2 - 4x = 9x^2 + 2y$
5) $2a + 2b - 2c + 3a = 5a + 2b - 2c$

Cierre: Se hacen algunas preguntas para verificar que fue internalizado: *¿"2x" y "$2x^2$" son términos semejantes?, ¿la expresión algebraica "$3x^2 - x^3$" se pueden reducir, justifica? ¿Si dos términos no son semejantes se pueden sustraer o adicionar?*

3.1.1.4. CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS POR LOS ESTUDIANTES EN ÁLGEBRA

- Definición de letra como objeto
- Relacionar el álgebra con la geometría
- Concepto de término semejante.
- Adición y sustracción de términos semejantes

A continuación se presenta el Pretest y Postest que se aplicará antes y después de las tres sesiones presentadas. Este instrumento nos aporta los datos para el análisis de la propuesta didáctica.

3.1.1.5. PRETEST DE ALGEBRA

Nombre: ___________________________Curso : 7°_ Fecha : _______

Instrucciones:

Tienes 45 minutos para responder el Pretest en forma clara y ordenada dejando todos sus procedimientos por escrito aunque estuviesen incompletos o los consideres incorrectos. No puedes hacer consultas.

I. Responde

1) ¿Por qué "**x**" es distinta "y" en álgebra?

____
____
____

2) Es lo mismo "**x**" y "$\mathbf{x^2}$", justifica tú respuesta.

____
____
____
____

3) El término algebraico "$\mathbf{x^2}$" podrá representar el área de un rectángulo, justifica.

____
____
____
____

4) Define cuando dos términos son semejantes y da un ejemplo.

____
____
____
____

5) ¿Cuál es la condición que deben cumplir dos términos algebraicos para que puedan ser adicionados o sustraídos? ____

II. Analiza y responde.

Pedro ha buscado en internet levantadores de pesas de distintos países y ha encontrado a Hugo que levantó 120 kilos y Percy levantó 224 libras, Pedro se pregunta "¿Existirá una persona que pueda levantar la suma de los dos, es decir 344?)". Responde justificando tu respuesta.

.

III. Calcula

1) $5x + 8y + 2x – 3y =$

2) $2x^2 + 6x^2 =$

3) $10a^2 – 4b + 7b – 3a^2 =$

3.1.1.6. CONOCIMIENTOS ALGEBRAICOS INVOLUCRADOS EN EL POSTEST

- Identificar las letras dentro de su clasificación en álgebra
- Relaciona del área y el perímetro en álgebra, cuando aparecen las letras x e x^2
- Relaciona las letras solo con su clasificación de letra como objeto
- Define términos semejantes
- Ejemplifica términos semejantes
- Conoce las propiedades que deben cumplir los términos algebraicos para ser adicionados o adicionados.
- Adiciona y sustrae términos semejantes

Los datos recolectados del Postest se analizaran de la siguiente forma, se compararan con un nivel experto (como respondería un experto) o nivel esperado (como respondería un estudiante) para nosotros cualquiera de los dos niveles estaría bien, porque nos indicaría qué respondieron según nuestros parámetros basados en los Modos de Pensamiento lo que no implica que pueda existir una respuesta correcta que no haya sido pensada con antelación.

3.1.1.7. RESPUESTA EXPERTA DE PRETEST Y POSTEST

1) ¿Por qué “x” es distinta “y” en álgebra?

Respuesta	Nivel	Modo
Porque representan distintas unidades, es decir si pensamos en magnitudes una puede representar metros y la otra centímetros.	Experto	La pregunta apunta al modo Aritmético, donde también debe ser capaz de reconocer que la letra no está representando un número, si no como letra como objeto.

2) Es lo mismo “x” y “x^2”, justifica tú respuesta.

Respuesta	Nivel	Modo
No es lo mismo ya que la variable x representa una unidad de medida en una dimensión, en cambio x^2 representa una unidad en dos dimensiones, obtenida al multiplicar las mismas unidades de medidas por sí misma.	Experto	La pregunta apunta al modo Geométrico, donde debe ser capaz de interpretar los exponentes como dimensiones en geometría y también considerar a la letra como objeto.

3) El término algebraico "x^2" podrá representar el área de un rectángulo, justifica.

Respuesta	Nivel	Modo
Sí, porque el área es la multiplicación de los dos lados de distinto dimensiones y esta puede darnos como factor numérico uno y la unidad de medida es la misma por lo tanto nos queda x^2.	Experto	La pregunta apunta al modo Geométrico transitando al modo Aritmético, donde también debe ser capaz de reconocer la letra como objeto y que el álgebra es multidisciplinar

4) Define cuando dos términos son semejantes y da un ejemplo.

Respuesta	Nivel	Modo
Cuando el factor literal y el exponente coinciden o son iguales. *En el ejemplo basta con indicar un par de términos semejantes.*	Experto	La pregunta apunta al modo Aritmético transitando al modo Analítico Estructural.

5) ¿Cuál es la condición que deben cumplir dos términos algebraicos para que puedan ser adicionados o sustraídos?

Respuesta	Nivel	Modo
Deben ser términos semejantes para ser adicionados o sustraídos.	Experto	La pregunta apunta al modo Analítico Estructural.

II. Analiza y responde.

Pedro ha buscado en internet levantadores de pesas de distintos países y ha encontrado a Hugo que levantó 120 kilos y Percy levantó 224 libras, Pedro se pregunta "si existe una persona que pueda levantar la suma de los dos (344)". Responde justificando tu respuesta.

Respuesta	Nivel	Modo
Sin hacer ningún cambio a la información entregada no es posible saberlo ya que no son términos semejantes por lo cual no pueden expresarse como un solo valor.	Experto	modo Aritmético transitando al modo Estructural. Donde muestra que fue capaz de lograr un conocimiento con sentido.

III. Calcula

1) $5x + 8y + 2x - 3y =$

Respuesta	Nivel	Modo
$7x + 5y$ o $5y + 7x$	Experto	El ejercicio apunta al modo Aritmético transitando al modo Estructural

2) $2x^2 + 6x^2 =$

Respuesta	Nivel	Modo
$8x^2$	Experto	El ejercicio apunta al modo Aritmético transitando al modo Estructural.

3) $10a^2 - 4b + 7b - 3a^2 =$

Respuesta	Nivel	Modo
$7a^2 + 3b$ o $3b + 7a^2$	Experto	El ejercicio apunta al modo Aritmético transitando al modo Estructural.

Posibles estrategias de los estudiantes del Pretest y Postest

I. Responde

1) ¿Por qué “x” es distinta “y” en álgebra?

Respuesta	Nivel
Porque representan distintas unidades	Esperada

2) Es lo mismo “x” y “x^2”, justifica tú respuesta.

Respuesta	Nivel
La x^2 representa la unidad al cuadrado proveniente del área y la x representa la medida unidad.	Esperada
La x^2 representa la unidad al cuadrado y la x representa la unidad de medida.	
es distinta porque 2 *unidad x* *la unidad del área*	

3) El término algebraico “x^2” podrá representar el área de un rectángulo, justifica.

Respuesta	Nivel
Sí, porque x representa la unidad de medida y que aparezca x^2 indicaría que los lados tienen igual unidad de medida. 4 *Por ejemplo, el área del rectángulo es $1x^2 = x^2$*	Esperada

4) Define cuando dos términos son semejantes y da un ejemplo.

Respuesta	Nivel
Cuando la letra y el exponente son iguales. *En el ejemplo basta con indicar un par de términos semejantes.*	Esperada

5) ¿Cuál es la condición que deben cumplir dos términos algebraicos para que puedan ser adicionados o sustraídos?

Respuesta	Nivel
Debe coincidir la letra y el exponente para sumarlo o restarlos.	Esperada

II. Analiza y responde.

Pedro ha buscado en internet levantadores de pesas de distintos países y ha encontrado a Hugo que levantó 120 kilos y Percy levantó 224 libras, Pedro se pregunta “si existe una persona que pueda levantar la suma de los dos (344)”. Responde justificando tu respuesta.

Respuesta	Nivel
No es posible juntar los pesos en uno solo. $120x + 224y$	Esperada

III. Calcula

2) $5x + 8y + 2x – 3y =$

Respuesta	Nivel
$7x + 5y$ *o* $5y + 7x$	Esperada

3) $2x^2 + 6x^2 =$

Respuesta	Nivel
$8x^2$	Esperada

4) $10a^2 – 4b + 7b – 3a^2 =$

Respuesta	Nivel
$7a^2 + 3b$ *o* $3b + 7a^2$	Esperada

Se construyó una tabla de doble entrada para facilitar el análisis de los datos recolectados, en la cual se anotaran los resultados del Postest. Contiene una columna con "otra respuesta correcta" por si el estudiante utiliza una estrategia distinta a la respuesta experta o esperada.

	Respuesta Experta	Respuesta Esperada	Otra respuesta correcta	Otra respuesta incorrecta	No responde
I. 1) ¿Por qué "x" es distinta "y" en álgebra?					
2) Es lo mismo "x" y "x^2", justifica tú respuesta					
3) El término algebraico "x^2" podrá representar el área de un rectángulo, justifica.					
4) Define cuando dos términos son semejantes y da un ejemplo					
5) ¿Cuál es la condición que debe cumplir dos términos algebraicos para que puedan ser adicionados o sustraídos					
II. Analiza y responde					

	Respuesta esperada	Respuesta Incorrecta (error algebraico)	Respuesta Incorrecta (error numérico)
III. Ejercicio 1			
Ejercicio 2			
Ejercicio 3			

3.1.2. FASE 2: LA CONCEPCIÓN Y ANÁLISIS A PRIORI

Desde la fase de concepción, se inicia el proceso de validación, por medio del análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería. Este análisis a priori se debe concebir como un análisis de control de significado.

Se presentó a dos expertos las secuencias didácticas (tres clases- las actividades asociadas) y la evaluación (Pretest-Postest). En las evaluaciones debieron revisar, la respuesta experta, los posibles errores, dificultades y que se considerará como aprendizaje mínimo requerido.

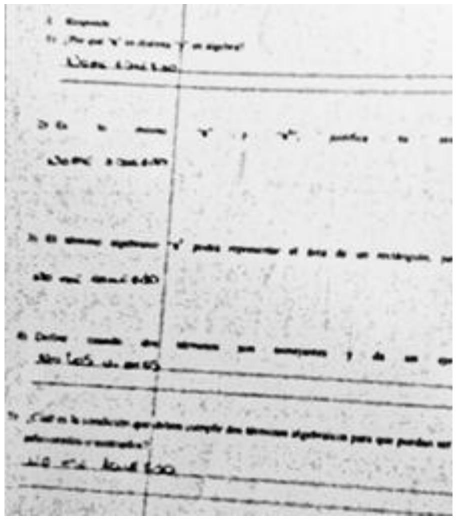
Uno de los expertos es profesor de un colegio particular subvencionado, realiza clases en los niveles de Séptimo a Segundo medio desde hace 15 años. El otro es profesor de colegio particular y de Universidades Privadas, cursando un Magíster en Educación Matemática; realizaron correcciones relevantes que fueron consideradas antes de la ejecución de la propuesta.

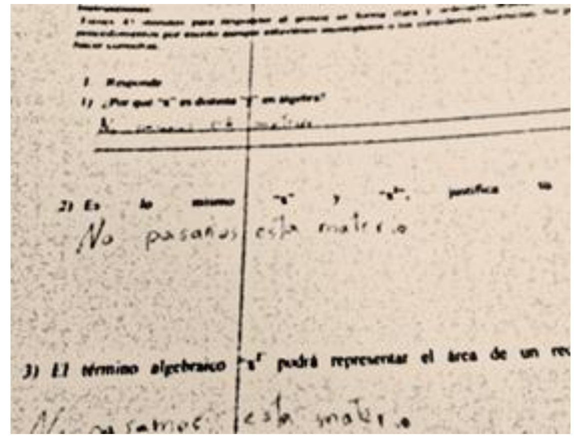
3.1.3. FASE 3: EXPERIMENTACIÓN

Esta fase se basa en el conjunto de datos recolectados a lo largo de la experimentación, es decir, las observaciones realizadas de las secuencias de enseñanza, al igual que las producciones de los estudiantes en el aula o fuera de ella.

Se aplicó la propuesta a un Séptimo Básico “C” del colegio Monseñor López Arturo Pérez de la Fundación de Sociedad de Escuelas Católicas de Santo Tomás, el colegio se encuentra ubicado en la comuna de Pedro Aguirre Cerda, en un sector vulnerable y su modalidad es Técnico es un colegio Técnico Profesional; el profesor a cargo de la signatura de matemática es Adolfo Orellana Valdenegro. Fueron realizadas las tres clases, pero no fue posible seguir la planificación de la propuesta en cuanto al desarrollo de las clases en forma continua durante una misma semana, debido a actividades inesperadas, contingencia del colegio (se les realizó una prueba de nivel) y la ausencia del profesor titular de la asignatura. Se realizaron las dos primeras clases en una semana y al final de la siguiente semana, fue desfasada la tercera clase junto con la aplicación del Postest.

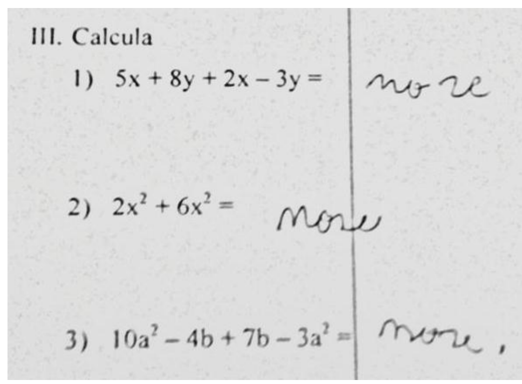
Se realizó el Pretest y el Postest a los cuarenta y cinco estudiantes que conformaba el Séptimo C, pero solo se analizó la información de seis estudiantes que corresponden a los que obtuvieron los mejores rendimientos en matemática en Sexto Básico, esta elección fue pensando que el Postest se compararía posteriormente con un curso al cual no se le aplicó la propuesta didáctica y ambas muestras deberían ser lo más homogéneas posible. Los estudiantes los identificaremos como estudiante 1, estudiante 2, etc.; Los datos recolectados de los seis estudiantes de Séptimo de 7 °C en su Pretest no arrojan información relevante debido a que responden: no conocer del tema o manifiestan que no fue pasado el contenido. Siendo estas respuestas esperadas, por corresponder a contenidos que no fueron tratados en cursos anteriores, como muestran las siguientes imágenes.





3) El término algebraico "x²" podrá representar el área de un re

No pasamos esta materia



III. Calcula

1) $5x + 8y + 2x - 3y =$ no se

2) $2x^2 + 6x^2 =$ No se

3) $10a^2 - 4b + 7b - 3a^2 =$ no se ,

En la implementación de la propuesta didáctica, la primera clase fue realizada por la investigadora para mostrar al profesor titular el ritmo y la necesidad de realizar la clase tal como era indicada en la propuesta, sin omitir ninguna de las preguntas planteadas y dándole el tiempo a los estudiantes para que analizaran y expusieran lo solicitado. La segunda y tercera clase, fue realizada por el profesor titular sin mi presencia. Los estudiantes realizaron las actividades mostradas en el anexo correspondiente a cada clase.

Al realizar la primera clase, nos dimos cuenta que, al solicitar al estudiante que "mostrará en lenguaje algebraico la operación que realizó Sofía", fue difícil que llegaran a la solución debido que la respuesta generaba un trinomio unido con un binomio. Se recomendaría para próximas investigaciones plantear primero a los estudiantes la transformación del lenguaje natural a monomios para luego, hacerlo con binomios y por último, llegar a la respuesta solicitada: trinomio unido con un binomio.

CAPITULO IV

4.1. FASE 4: ANÁLISIS DE POSTEST

4.1.1. CURSO 7°C

Recordar que solo se analizan a seis estudiantes con los mejores rendimientos en la asignatura de matemática durante Sexto Básico.

	Respuesta Experta	**Respuesta Esperada**	**Otra respuesta correcta**	**Otra respuesta incorrecta**	**No responde**
I. 1) ¿Por qué "x" es distinta "y" en álgebra?	Estudiante 2	Estudiante 1 Estudiante 3 Estudiante 5	Estudiante 4 Estudiante 6		
2) Es lo mismo "x" y "x^2", justifica tú respuesta	Estudiante 2		Estudiante 1	Estudiante 3 Estudiante 4 Estudiante 5 Estudiante 6	
3) El término algebraico "x^2" podrá representar el área de un rectángulo, justifica.	Estudiante 2			Estudiante 1 Estudiante 3 Estudiante 4 Estudiante 5 Estudiante 6	
4) Define cuando dos términos son semejantes y da un ejemplo				Estudiante 1 Estudiante 2 Estudiante 3 Estudiante 4 Estudiante 5 Estudiante 6	
5) ¿Cuál es la condición que debe cumplir dos términos algebraicos para que puedan ser adicionados o sustraídos				Estudiante 1 Estudiante 2 Estudiante 3 Estudiante 4 Estudiante 5 Estudiante 6	
II. Analiza y responde			Estudiante 2	Estudiante 5 Estudiante 1 Estudiante 6	Estudiante 3 Estudiante 4

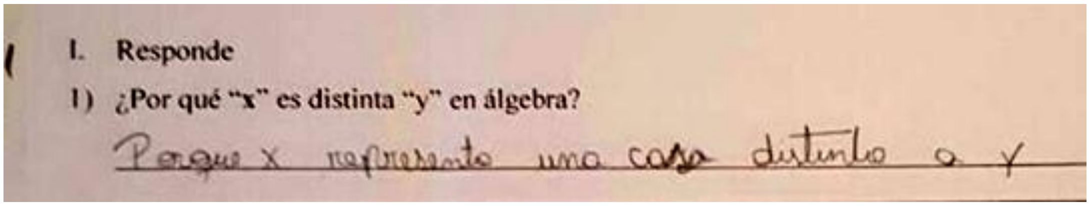
	Respuesta esperada	**Respuesta Incorrecta (error algebraico)**	**Respuesta Incorrecta (error numérico)**
III. Ejercicio 1	Estudiante1 Estudiante2 Estudiante4 Estudiante6		Estudiante5 Estudiante3
Ejercicio 2	Estudiante1 Estudiante2 Estudiante3 Estudiante4 Estudiante5 Estudiante6		
Ejercicio 3		Estudiante5	Estudiante1 Estudiante2 Estudiante3 Estudiante4 Estudiante6

Items I, pregunta 1 (¿Por qué “x” es distinta “y” en álgebra?):

En general los estudiantes en esta pregunta logran identificar que “x” e “y” son distintas en el ámbito matemático y no literal. Las respuestas que consideramos correctas ya sea de un nivel experta o esperado corresponden a cuatro estudiantes que lograron asimilar la variable como un objeto concreto haciendo alusión a ella como objeto o cosa, los otros dos estudiantes: uno la nombra como número o cosa y el otro la identifica solo como número, para nuestro estudio es un error en el sentido de Matz (1980) “los errores son intentos razonables pero no exitosos de adaptar un conocimiento adquirido a una nueva situación” (p.94) no logro la asimilación para la variable y mantuvo los conocimientos ya asimilados

A pesar que no todos pudieron asimilar la variable como objeto concreto si lograron desarrollar la pregunta en el Modo Aritmético pudiendo establecer relaciones en el ámbito de la matemática con la pregunta(y no literal), utilizando para ello la definición de la variable como objeto o número. Se visualiza que los estudiantes no presentaron problemas en el traspaso del pensamiento aritmético al pensamiento algebraico logando mediante este modo de pensamiento la compresión de la variable.

Estudiante 1

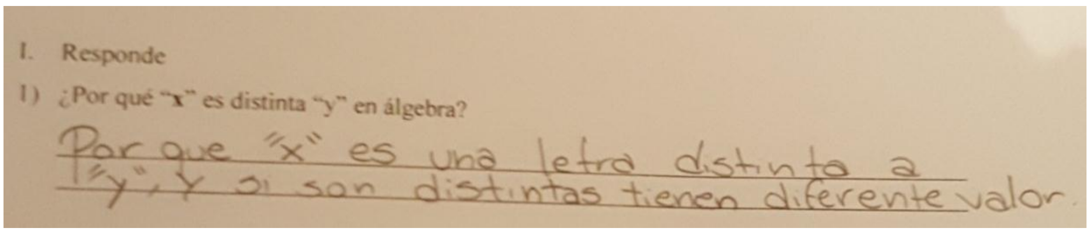


I. **Responde**

1) **¿Por qué "x" es distinta "y" en álgebra?**

Porque x representa una cosa distinta a y

Estudiante 2

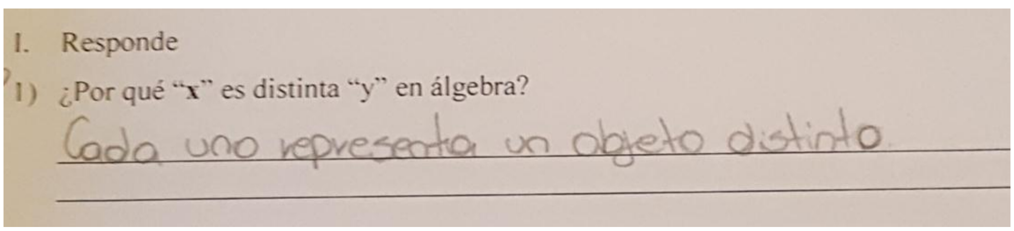


I. Responde

1) ¿Por qué "**x**" es distinta "y" en álgebra?

Porque "x" es una letra distinta a "y", y si son distintas tienen diferente valor.

Estudiante 3

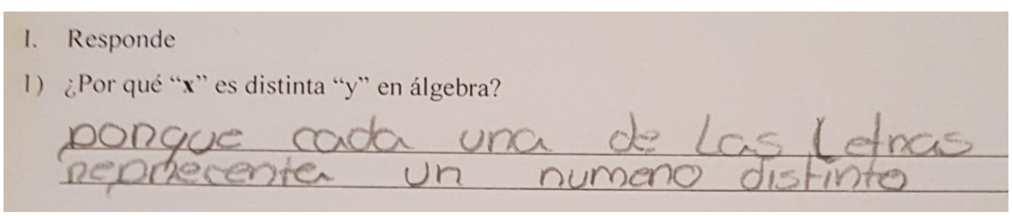


I. Responde

1) ¿Por qué "**x**" es distinta "y" en álgebra?

Cada uno representa un objeto distinto.

Estudiante 4



I. Responde

1) ¿Por qué "**x**" es distinta "y" en álgebra?

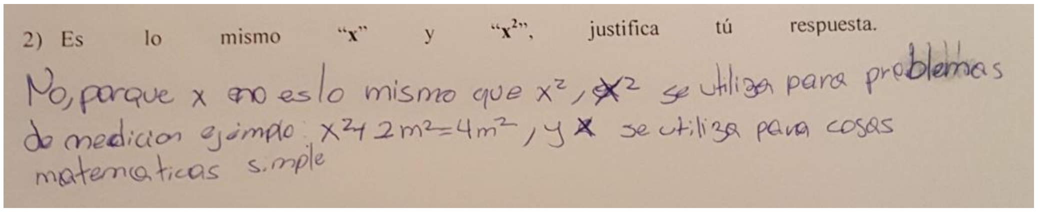
porque cada una de las Letras reprecenta un numero distinto

Items I, pregunta 2 (Es lo mismo "x" y "x^2", justifica tú respuesta):

Dos de los estudiantes que se clasificaron en incorrecta en la respuesta nombraron a la variable como objeto, pero su argumentación no permite interpretar que su modo de pensamiento es geométrico. Los otros dos estudiantes de ésta clasificación tampoco logro el pensamiento geométrico ya que su respuesta está en el ámbito aritmético interpretando a la variable como número, pero sin argumentación matemáticamente válida. El estudiante que se clasifico como "otras respuestas correctas", no logro el modo geométrico interpretando la pregunta en el modo aritmético dándole un significado de potencias. Solo un estudiante responde la pregunta desde el modo de pensamiento geométrico e interpreta a la variable como medida, al igual que las otras respuestas la argumentación no permite mayor interpretación.

Tal vez el hecho que no se logró en forma general desarrollar el modo geométrico se deba a que se dedicó solo una clase a la visualización o representación geométrica, se sugiere en próximos estudios ocupar más de una clase.

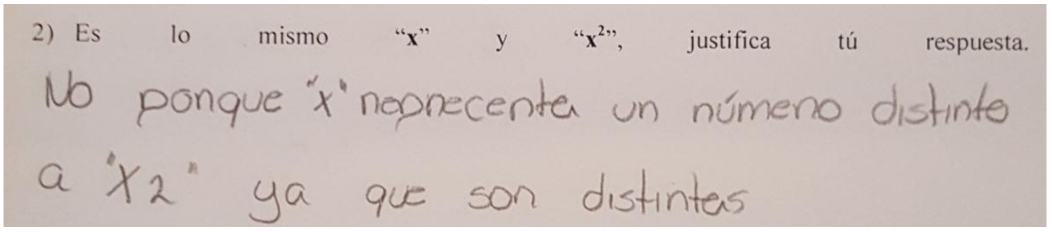
Estudiante 2



2) Es lo mismo "x" y "x^2", justifica tú respuesta.

No, porque x no es lo mismo que x^2, x^2 se utiliza para problemas de medicion ejemplo: x^2 $2m^2=4m^2$, y x se utiliza para cosas matematicas simple

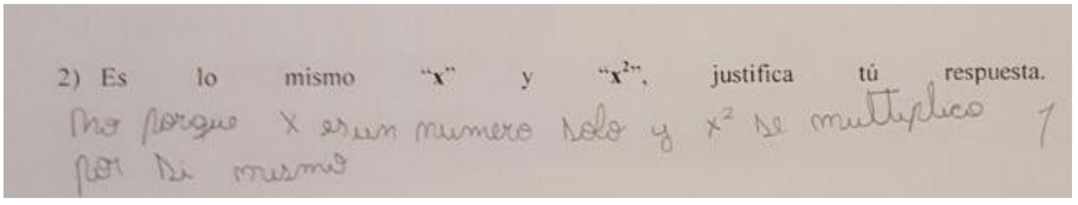
Estudiante 4



2) Es lo mismo "x" y "x^2", justifica tú respuesta.

No porque "x" reprecenta un número distinto a "x2" ya que son distintas

Estudiante5



2) Es lo mismo "x" y "x^2", justifica tú respuesta.

No porque x es un numero solo y x^2 se multiplico por si mismo

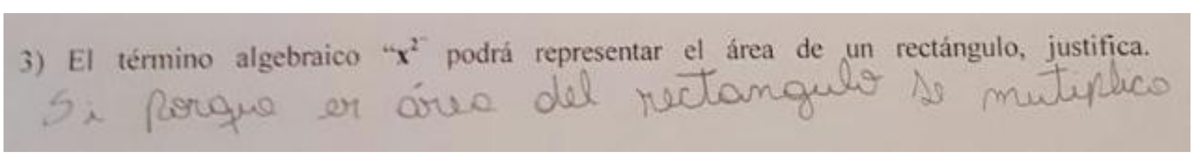
Items I, pregunta 3(*El término “x^2” podrá representar el área de un rectángulo, justifica****)***: SG→AA

Cabe señalar que el nivel de la pregunta tal vez no era el apropiado para el nivel de básica, ya que se esperaba que el estudiante razonará que existen casos en los cuales puede llegar a representar un rectángulo debido a que x me indica la unidad de medida en la que se está trabajando y no un valor numérico, por ejemplo si el largo mide 2y (2 cm.) y el ancho 0,5y (0,5 cm.) estas medidas definen a un rectángulo y al calcular el área nos da y^2. Con respecto al tránsito del Modo Geométrico al Modo Aritmético que era el nivel que debían llegar los estudiantes, ya que comenzaban con una visualización para luego transitar al modo Aritmético, la mayoría respondió en forma argumentativa los cálculos que se debían generar, los estudiantes están usando el Modo Aritmético, pero no el Modo Geométrico.

Los estudiante que clasificaron en Incorrecta son cinco, uno realiza una representación geométrica pero no de la figura solicitada por lo tanto bajo su visualización (incorrecta) interpreto el problema en el modo aritmético con lo cual realizo la transición del SG al AA (con argumentaciones erradas). Otros tres estudiantes desarrollaron un modo de pensamiento aritmética al indicar la forma correcta de obtener el área, pero en el modo geométrico fallaron al no visualizar los posibles casos correctos, es decir que no lograron el tránsito de SG al AA. El otro estudiante no logro ninguno de los modos de pensamiento.

Un solo estudiante logro la respuesta experta al representar geométricamente y realizando el transito al modo aritmético ejemplificando con valores que cumplían las condiciones.

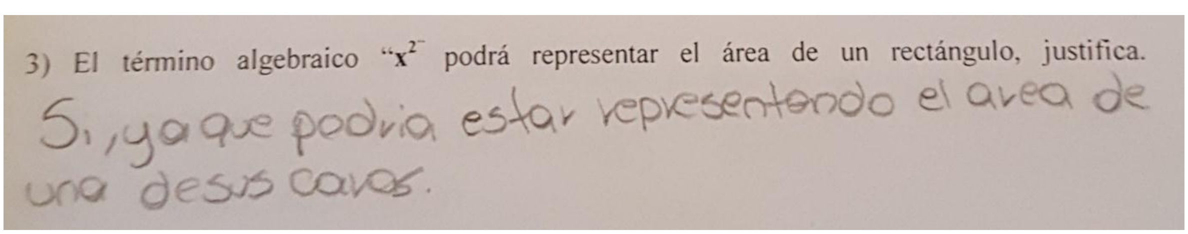
Estudiante1



3) El término algebraico “x^2 podrá representar el área de un rectángulo, justifica.

Si porque en área del rectángulo se multiplica

Estudiante3



3) El término algebraico “x^2 podrá representar el área de un rectángulo, justifica.

Si, ya que podria estar representando el area de una desus caras.

Estudiante5

3) El término algebraico "x^2" podrá representar el área de un rectángulo, justifica.

Si, porque 1 parte puede medir x y si lo multiplicamos por 2 y nos da el área del rectangulo esta bien.

Ítems I, pregunta 4 (*Define cuando dos términos son semejantes y da un ejemplo****)***:

Esta pregunta se encuentra en el Modo Aritmética (al pedir ejemplificar) con transito al Modo Estructural. Los seis estudiantes pudieron ejemplificar en forma correcta por lo cual está presente el Modo de pensamiento Aritmético, pero en el Modo Estructural todos lo realizaron en forma incompleta no consideraron la condición del exponente por ese motivo se clasificaron las respuestas como incorrectas.

Estudiante1

4) Define cuando dos términos son semejantes y da un ejemplo.

Es cuando dos números tienen la mismo letra

$7x + 4x$

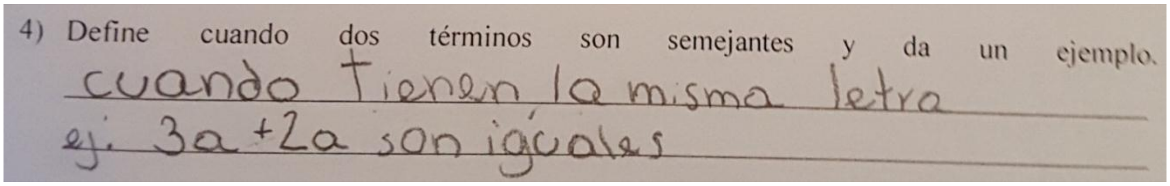
Estudiante 4

4) Define cuando dos términos son semejantes y da un ejemplo.

Cuando llevan la misma Letra

Ej: $2y + 5y = 7y$

Estudiante 5



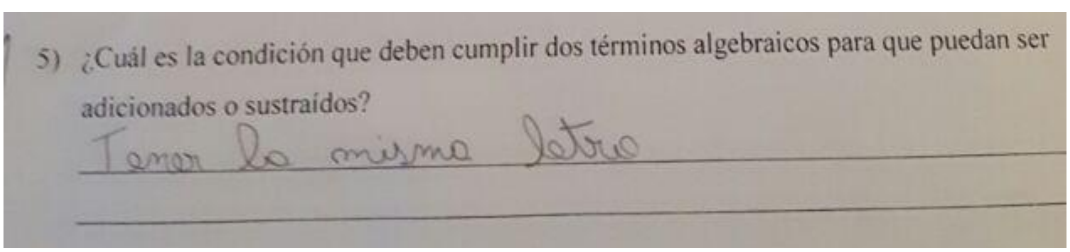
4) Define cuando dos términos son semejantes y da un ejemplo.

cuando Tienen la misma letra
ej. 3a +2a son igúales

Ítems I, pregunta ***5***) (¿Cuál es la condición que deben cumplir dos términos algebraicos para que puedan ser adicionados o sustraídos***)***:

Esta pregunta requiere del modo de pensamiento estructural debido a que el estudiante debe indicar las propiedades para que dos términos algebraicos se puedan adicionar o sustraer. Los seis estudiantes se encuentran clasificados en respuesta incorrecta porque cometieron el mismo error que en la pregunta 4, el no referirse al exponente. Los estudiantes desarrollaron el Modo Estructural, pero en forma parcial o incompleta.

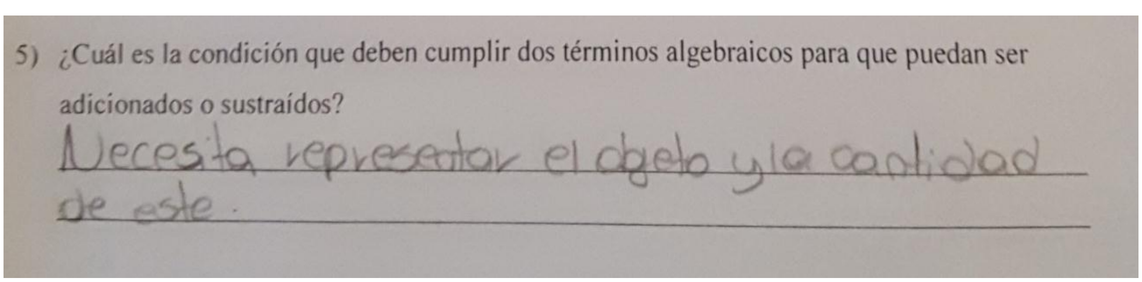
Estudiante1



5) ¿Cuál es la condición que deben cumplir dos términos algebraicos para que puedan ser adicionados o sustraídos?

Tener la misma letra

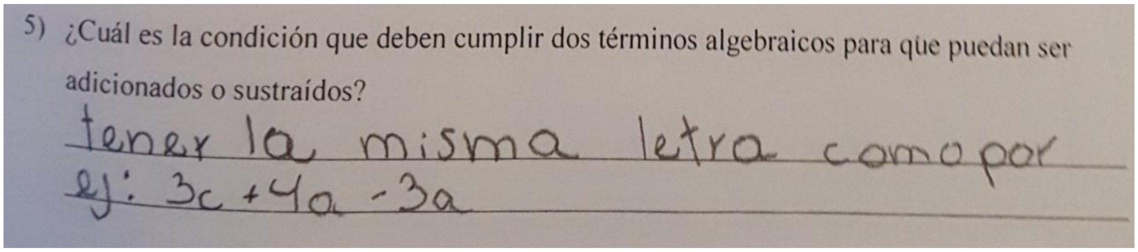
Estudiante 3



5) ¿Cuál es la condición que deben cumplir dos términos algebraicos para que puedan ser adicionados o sustraídos?

Necesita representar el objeto y la cantidad de este.

Estudiante5



5) ¿Cuál es la condición que deben cumplir dos términos algebraicos para que puedan ser adicionados o sustraídos?

tener la misma letra como por ej: 3c + 4a - 3a

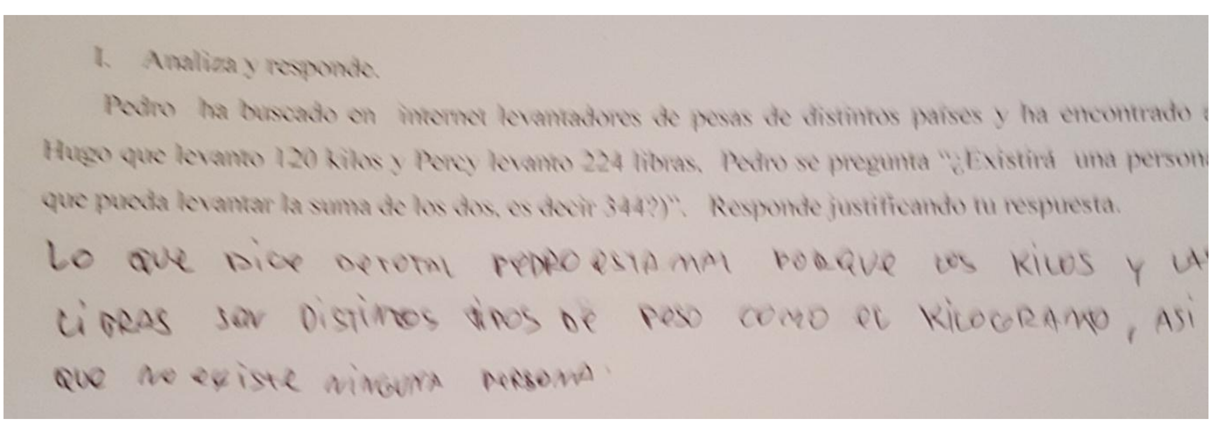
Ítems II :

Los estudiantes que entregaron una respuesta lo hicieron en forma incorrecta por estar mal planteada la pregunta, debido a que no les quedo claro lo que se les solicitaba. La mayoría centro la atención, si era posible que una persona levantara tal cantidad de peso sin darse cuenta que la respuesta apuntaba a que no era posible juntar ambos pesos en un solo total.

Esta pregunta corresponde al Modo Aritmético con transito al Modo Estructural. Los estudiantes que la respondieron pensaron un Modo Geométrico (representación argumentativa), pero en forma errada. Solamente se preocuparon de si una persona era capaz de levantar tanto peso. Podemos afirmar que no lograron el tránsito de A.A al A.E.

Observación En el Postest el problema planteado no está redactado para que el estudiante responda según lo esperado, para una futura investigación se recomienda modificar este problema.

Estudiante 2

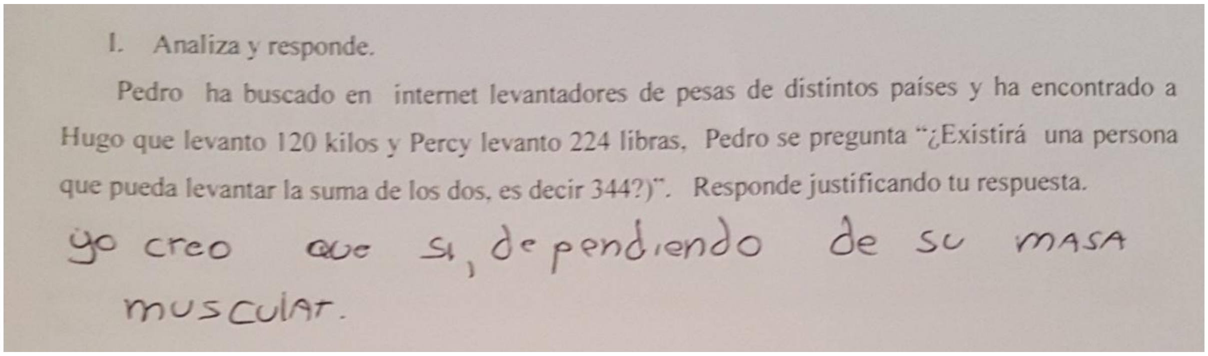


1. Analiza y responde.

Pedro ha buscado en internet levantadores de pesas de distintos países y ha encontrado a Hugo que levanto 120 kilos y Percy levanto 224 libras. Pedro se pregunta "¿Existirá una person que pueda levantar la suma de los dos, es decir 344?)". Responde justificando tu respuesta.

LO QUE DICE OETOTAL PEDRO ESTA MAL PORQUE LOS KILOS Y LA LIBRAS SON DISTINTOS TIPOS DE PESO COMO EL KILOGRAMO, ASI QUE NO EXISTE NINGUNA PERSONA.

Estudiante 1

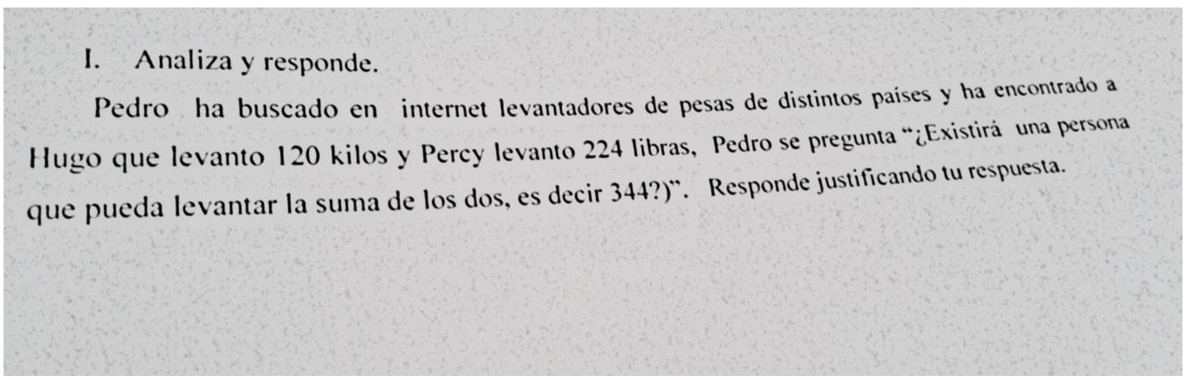


I. Analiza y responde.

Pedro ha buscado en internet levantadores de pesas de distintos países y ha encontrado a Hugo que levanto 120 kilos y Percy levanto 224 libras. Pedro se pregunta "¿Existirá una persona que pueda levantar la suma de los dos, es decir 344?)". Responde justificando tu respuesta.

yo creo que si, dependiendo de su masa muscular.

Estudiante 3



I. Analiza y responde.

Pedro ha buscado en internet levantadores de pesas de distintos países y ha encontrado a Hugo que levanto 120 kilos y Percy levanto 224 libras, Pedro se pregunta "¿Existirá una persona que pueda levantar la suma de los dos, es decir 344?)". Responde justificando tu respuesta.

Ítems III:

Al resolver los ejercicios son capaces de agrupar los términos semejantes y operarlos considerando el exponente que omitieron como condición de semejanza en las preguntas 4 y 5 del primer Items, pero lamentablemente fallaron en las operaciones aritméticas, es decir la adición y sustracción con enteros, a pesar que el contenido fue visto por el profesor titular antes de comenzar con Algebra. Podemos afirmar que los estudiantes superaron la dificultad de aceptar las expresiones algebraicas como "solución de problema" (Chalouh y Herscovics, 1984), es decir operaron llegando a la solución que correspondía a una expresión algebraica y la declararon como resultado final.

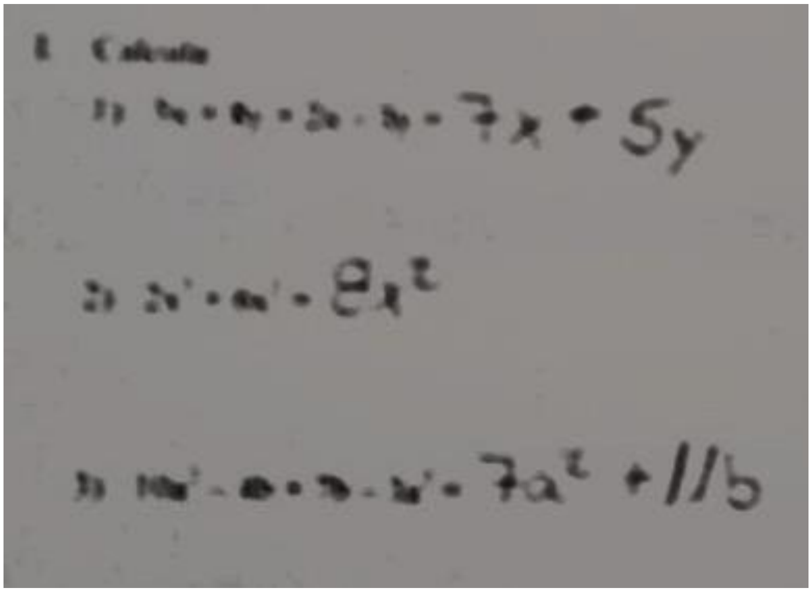
En el primer ejercicio los términos algebraicos a operar no tenían exponente mayor a uno, por lo tanto tenía un grado menos de dificultad que los ejercicios siguientes. Los dos estudiantes que cometieron errores numéricos fueron:

$$8y - 3y = 4y \qquad 8y - 3y = 11y$$

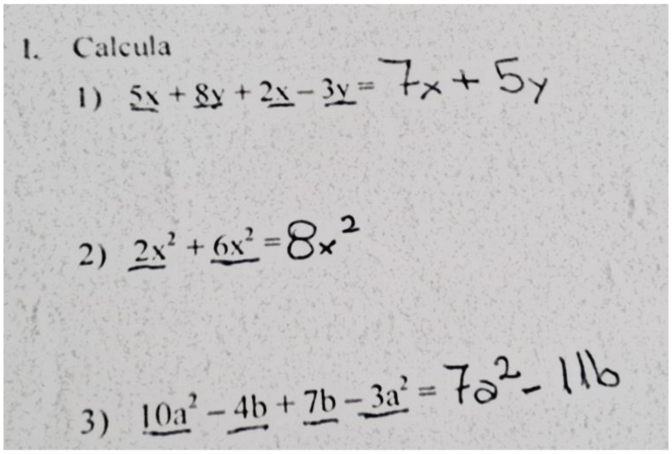
En el ejercicio dos la dificultad está en la existencia de exponente, pero para los estudiantes no fue una dificultad logrando todos clasificar en respuesta esperada. En el ejercicio tres los términos algebraicos tienen exponente y diferentes signos, los estudiantes que clasificaron en Respuesta Incorrecta (error numérico) fueron: $-4 + 7 = 11$ o $-4 + 7 = -11$, pero en el factor literal lo mantuvieron al igual que el exponente.

Los estudiantes lograron el tránsito entre el Modo Aritmético (presente en la expresión algebraica encontrada, a pesar de que algunos estudiantes tiene errores en la adición y sustracción numérica) y el Modo Estructural (al aplicar las propiedades para que dos términos sean semejantes en forma completa y no parcial como ocurrió en la pregunta anterior).

Estudiante 1



Estudiante 2



I. Calcula

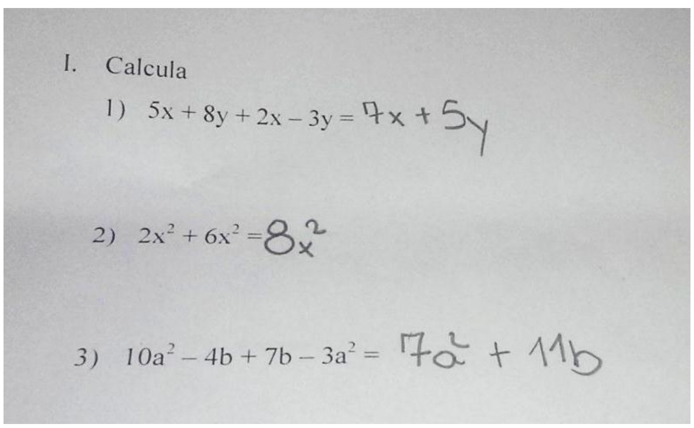
1) $5x + 8y + 2x - 3y = 7x + 5y$

2) $2x^2 + 6x^2 = 8x^2$

3) $10a^2 - 4b + 7b - 3a^2 = 7a^2 - 11b$

.

Estudiante 3



I. Calcula

1) $5x + 8y + 2x - 3y = 7x + 5y$

2) $2x^2 + 6x^2 = 8x^2$

3) $10a^2 - 4b + 7b - 3a^2 = 7a^2 + 11b$

Si comparamos estos resultados con los del Pretest los avances cognitivos son considerables logrando desarrollar distintas facetas del objeto matemático, consideando como el más debil el pensamiento Sintetico Geometrico.

4.1.2. CURSO 7°A CONFRONTANDO CON 7°C

Para poder contrastar los resultados obtenidos en séptimo C, fue tomado el Postest en el curso séptimo A, donde se realizó una enseñanza tradicional, basada en los contenidos mínimos planteado por el Ministerio de Educación, no se trabajó la letra como objeto y no se relacionó el contenido con la geometría. El profesor titular de este curso también consideró el desarrollo del contenido en tres sesiones (la planificación clase a clase se encuentra en los anexos); fueron escogidos seis estudiante que corresponden a los que obtuvieron los mejores rendimientos en Sexto básico.

	Respuesta Experta	Respuesta Esperada	Otra respuesta correcta	Otra respuesta incorrecta	No responde
I. 1) ¿Por qué "x" es distinta "y" en álgebra?			Estudiante 1 Estudiante 3 Estudiante 6	Estudiante 2 Estudiante 4 Estudiante 5	
2) Es lo mismo "x" y "x^2", justifica tú respuesta			Estudiante 4 Estudiante 5 Estudiante 6	Estudiante 1 Estudiante 2 Estudiante 3	
3) El término algebraico "x^2" podrá representar el área de un rectángulo, justifica.				Estudiante 1 Estudiante 2 Estudiante 3 Estudiante 4 Estudiante 5 Estudiante 6	
4) Define cuando dos términos son semejantes y da un ejemplo				Estudiante 1 Estudiante 2 Estudiante 3 Estudiante 4 Estudiante 5	Estudiante 6
5) ¿Cuál es la condición que debe cumplir dos términos algebraicos para que puedan ser				Estudiante 1 Estudiante 2 Estudiante 3 Estudiante 5 Estudiante 6	Estudiante 4

adicionados o sustraídos					

II. Analiza y responde				Estudiante 1 Estudiante 2 Estudiante 3 Estudiante 4 Estudiante 5 Estudiante 6	

	Respuesta esperada	**Respuesta Incorrecta (error algebraico)**	**Respuesta Incorrecta (error numérico)**
III. Ejercicio 1	Estudiante 4	Estudiante 1 Estudiante 5 Estudiante 6	Estudiante 2 Estudiante 3
Ejercicio 2	Estudiante 1	Estudiante 2 Estudiante 3 Estudiante 4 Estudiante 5 Estudiante 6	Estudiante 2 Estudiante 4 Estudiante 5
Ejercicio 3		Estudiante 1 Estudiante 2 Estudiante 3 Estudiante 5 Estudiante 6	Estudiante 2 Estudiante 3 Estudiante 4 Estudiante 5

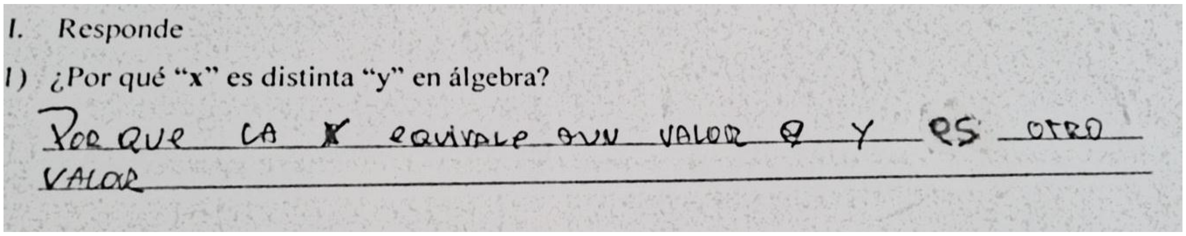
Items I, pregunta 1:

Cabe mencionar que también a este curso le hace falta actividades en las cuales deban argumentar apreciándose respuestas vagas y con poco fundamento matemático.

Tres estudiantes se clasificaron en “otra respuesta correcta”, porque relacionaron a la variable como “valores”, que corresponde a la clasificación de la variable como número, con lo cual podemos indicar que lograron un modo aritmético. Los otros tres estudiantes fueron clasificados en incorrecta porque argumentan la diferencia en un ámbito de literal, es decir indica “es una letra distinta” estos estudiantes no presentan el modo aritmético.

Solo la mitad de los estudiantes logran el Modo Aritmético, sus respuestas fueron negación de la pregunta donde se evidencia falta de argumentación matemática. Comparando con las respuestas del grupo 7°C donde todos desarrollaron el A.A., en estos se muestra una mayor comprensión por la forma de argumentar logrando interpretar y estableciendo relaciones numéricas o con objetos concretos dándole sentido al uso de las letras en el ámbito algebraico.

Estudiante 1

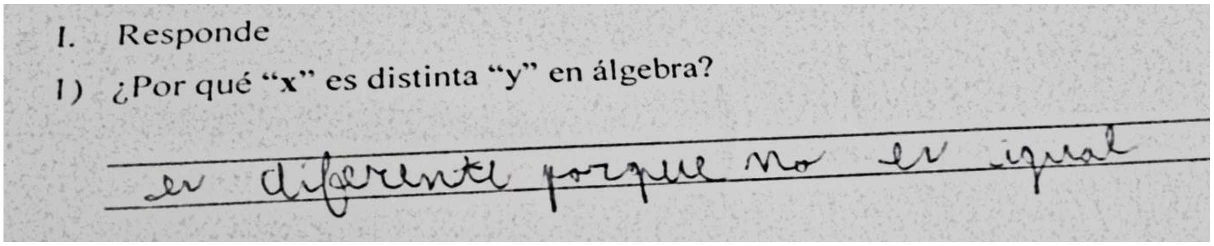


I. Responde

1) ¿Por qué “x” es distinta “y” en álgebra?

POR QUE LA X EQUIVALE A UN VALOR Y ES OTRO VALOR

Estudiante 2

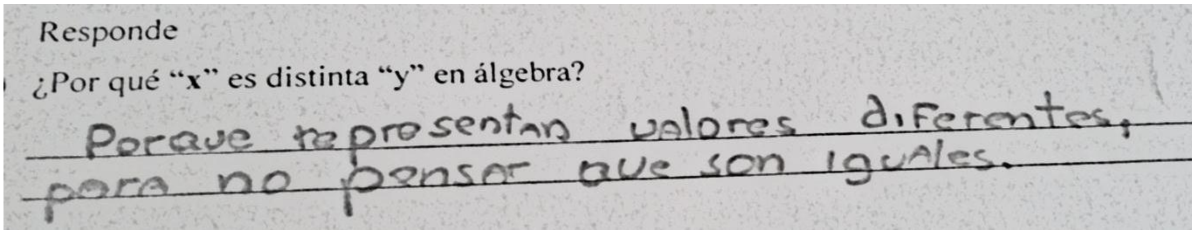


I. Responde

1) ¿Por qué “x” es distinta “y” en álgebra?

es diferente porque no es igual

Estudiante 3



Responde

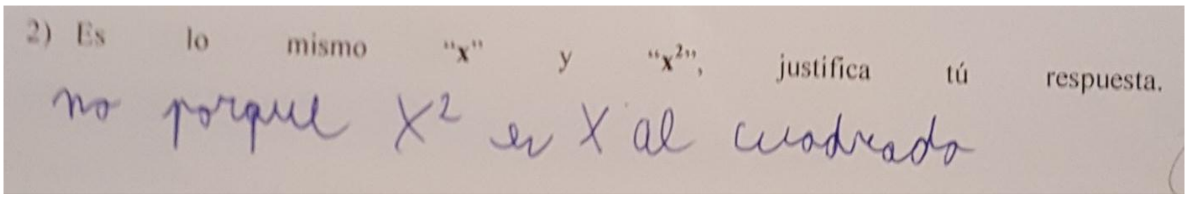
¿Por qué “x” es distinta “y” en álgebra?

Porque representan valores diferentes, para no pensar que son iguales.

Ítems I, pregunta 2:

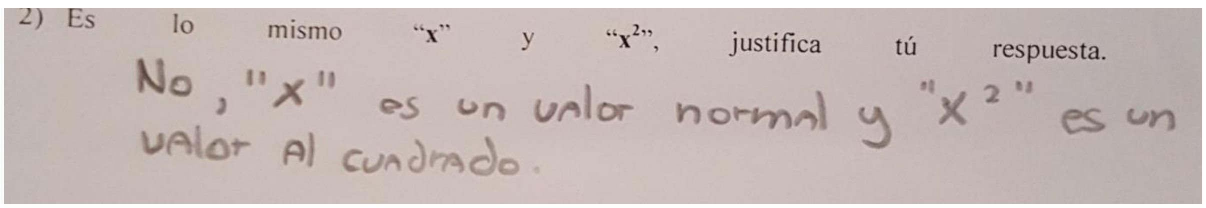
Tres estudiantes fueron clasificados en incorrecta por su argumentación en la cual no identifican a “x^2” como una dimensión, pero tampoco como potencia sino como valor distinto por lo cual estos alumnos no desarrollaron la pregunta en el modo Geométrico. Los otros alumnos fueron clasificados en otra respuesta porque la relacionaron con la potencia, pero nombrándola como cuadrado por lo tanto estos estudiantes tampoco desarrollaron el Modo Geométrico. En general no visualizaron las dimensiones involucradas en “x” y “x^2”, lo mismo ocurrió con el grupo del 7°C (a excepción de un estudiante). Es necesario que el estudiante adquiera distintas representaciones del objeto matemático para contar con diferentes fuentes de significados, en el sentido de Kaput (1987)

Estudiante 2


2) Es lo mismo "x" y "x^2", justifica tú respuesta.

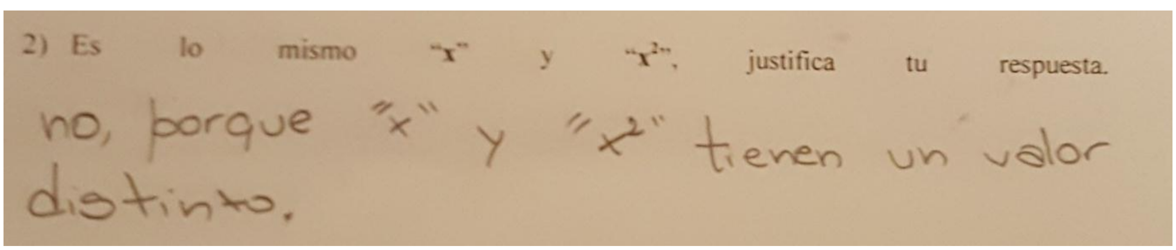
no porque X^2 es X al cuadrado

Estudiante 3


2) Es lo mismo "x" y "x^2", justifica tú respuesta.

No, "x" es un valor normal y "x 2" es un valor al cuadrado.

Estudiante 5


2) Es lo mismo "x" y "x^2", justifica tu respuesta.

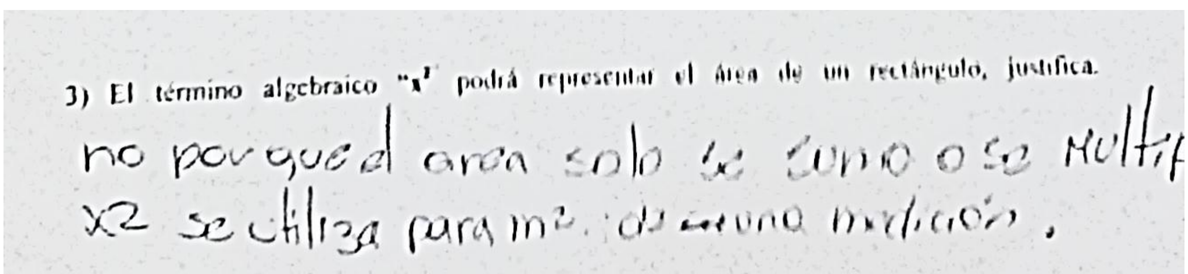
no, porque "x" y "x^2" tienen un valor distinto.

Ítems I, pregunta 3:

Los seis alumnos fueron clasificados en respuesta incorrecta. Uno de los estudiantes argumenta con la descripción del rectángulo lo cual podría indicarnos que se encuentra en un modo geométrico, pero no transita al modo aritmético. El resto de los estudiantes no logro desarrollar el Modo Geométrico, ni el Aritmético, por lo cual no hubo un tránsito. Llama la atención la respuesta de un estudiante que argumenta indicando “no, porque el triángulo tiene 3 lados”, como su respuesta es vaga es imposible interpretar del porque nombra al triángulo en su respuesta.

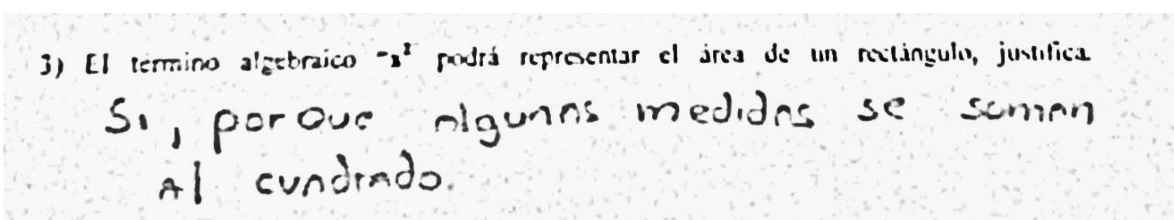
En comparación con el grupo de 7°C hay un estudiante que logro el tránsito de SG →AA, pero los demás lograron desarrollar el Modo Aritmético, lo que indicaría que a pesar de no lograr el modo geométrico el haber realizado una sesión para la visualización del objeto matemático en esta faceta geométrica ayudo para que establecieran relaciones numéricas que no logro el grupo 7°A.

Estudiante1


3) El término algebraico "x^2" podrá representar el área de un rectángulo, justifica.

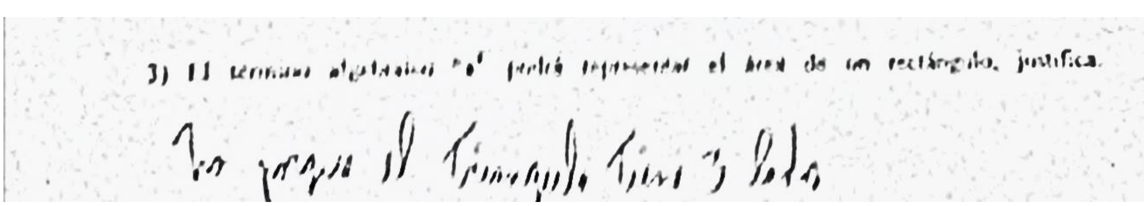
no porque el area solo se suma o se multip
x2 se utiliza para m². de alguna medición.

Estudiante2


3) El termino algebraico "x^2" podrá representar el área de un rectángulo, justifica.

Si, porque algunas medidas se suman
al cuadrado.

Estudiante3


3) El término algebraico "x^2" podrá representar el área de un rectángulo, justifica.

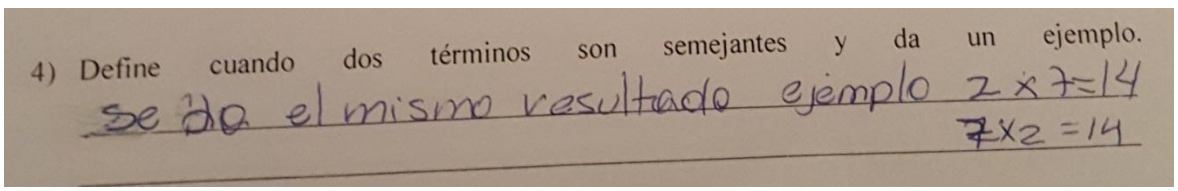
no porque el triangulo tiene 3 lados

Ítems I, pregunta 4:

Cinco estudiantes fueron clasificados en respuesta incorrecta no argumentan ninguna de las condiciones que deben cumplir los términos algebraicos y los ejemplos que presenta esta errados. Por lo cual podemos afirmar que no desarrollaron el modo aritmético ni el estructural.

En cambio en el grupo del 7°C desarrollaron el modo Aritmético y lograron el transito al estructural en forma parcial porque les falto indicar al exponente del término algebraico.

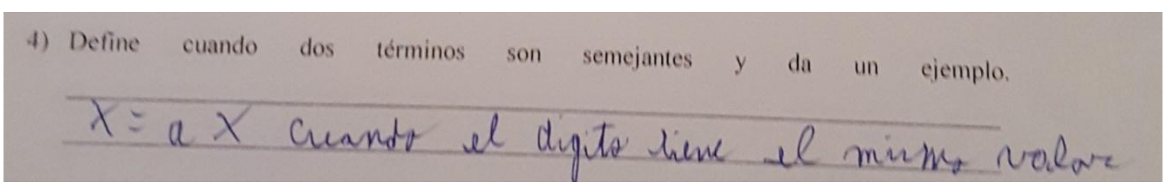
Estudiante 4



4) Define cuando dos términos son semejantes y da un ejemplo.

se da el mismo resultado ejemplo 2×7=14
7×2=14

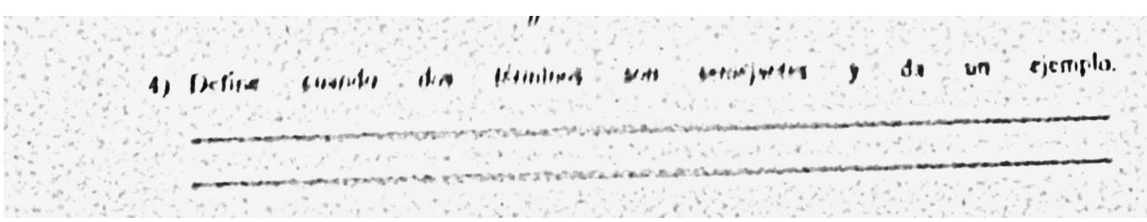
Estudiante 2



4) Define cuando dos términos son semejantes y da un ejemplo.

X = a X Cuando el digito tiene el mismo valor

Estudiante 6



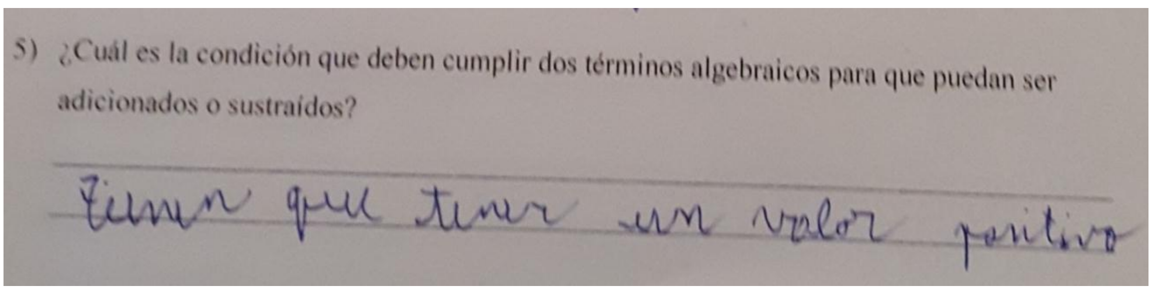
4) Define cuando dos términos son semejantes y da un ejemplo.

Ítems I, pregunta 5:

Cinco estudiantes fueron clasificados en respuesta incorrecta en la argumentación indican que los valores deben ser diferentes, otro indica positivos y uno dice que deben tener letra. Ninguno de ellos utiliza en lenguaje formal utilizando las definiciones apropiadas o cercanas a ellas. Por lo cual podemos afirmar que no desarrollaron el Modo Estructural.

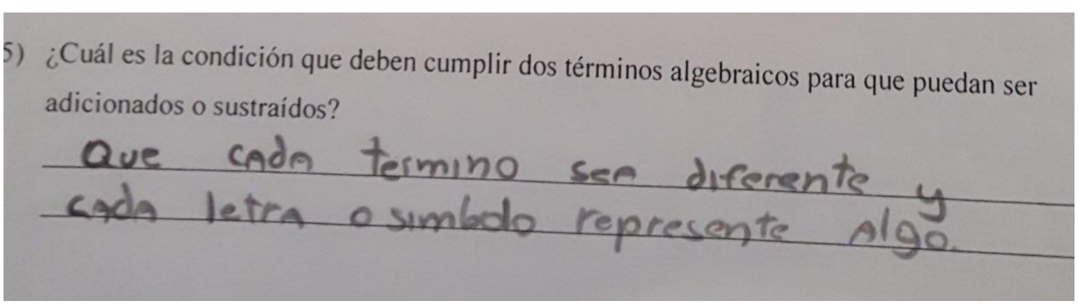
En cambio en el grupo del 7°C desarrollaron el Modo Estructural pero en forma parcial porque les falto indicar al exponente del término algebraico, pero si utilizan un lenguaje matemático apropiado.

Estudiante 2


5) ¿Cuál es la condición que deben cumplir dos términos algebraicos para que puedan ser adicionados o sustraídos?

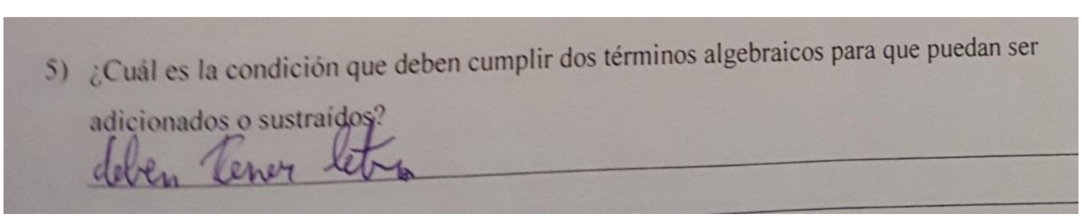
Tienen que tener un valor positivo

Estudiante 3


5) ¿Cuál es la condición que deben cumplir dos términos algebraicos para que puedan ser adicionados o sustraídos?

Que cada termino sea diferente y cada letra o simbolo represente algo.

Estudiante 6


5) ¿Cuál es la condición que deben cumplir dos términos algebraicos para que puedan ser adicionados o sustraídos?

deben Tener letra

Ítems II :

Los estudiantes respondieron en forma incorrecta por estar mal planteada la pregunta, no les quedo claro lo que se les solicitaba. Ocurrió lo mismo que en el grupo del 7°C que los alumnos respondieron en relación a si era posible que una persona levantará esa cantidad de peso. Ninguno de los grupos lograron desarrollar el Modo Aritmético con transito al Modo Estructural en esta pregunta.

Estudiante4

I. Analiza y responde

Pedro ha buscado en internet levantadores de pesas de distintos países y ha encontrado a Hugo que levanto 120 kilos y Percy levanto 224 libras. Pedro se pregunta "¿Existirá una persona que pueda levantar la suma de los dos, es decir 344?¡". Responde justificando tu respuesta.

no porque unos levanto kilos y otra libra. ~~y~~ uno tiene que decidir para a levantar kilos y libras

Estudiante3

I. Analiza y responde.

Pedro ha buscado en internet levantadores de pesas de distintos países y ha encontrado a Hugo que levanto 120 kilos y Percy levanto 224 libras. Pedro se pregunta "¿Existirá una persona que pueda levantar la suma de los dos, es decir 344?¡". Responde justificando tu respuesta.

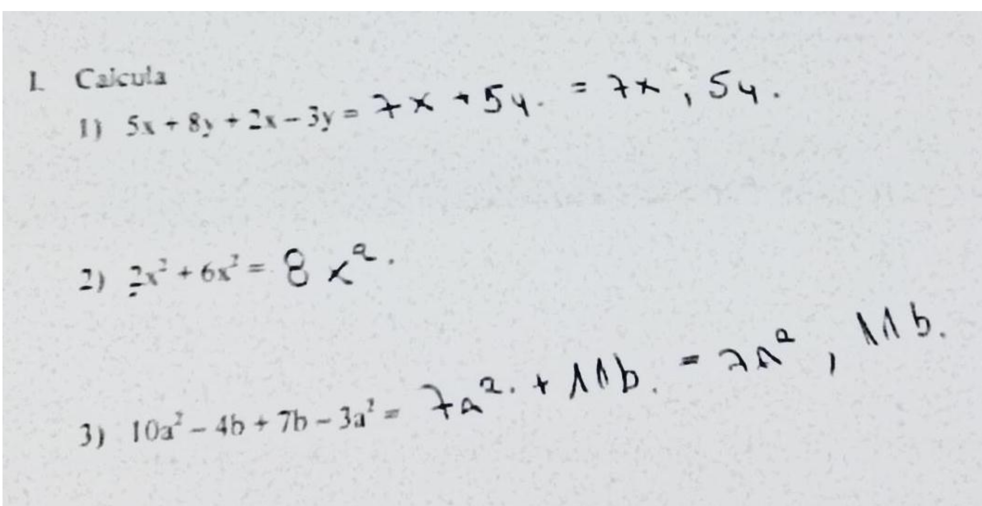
No Porque la libra pero menos que el kilo

Ítems III:

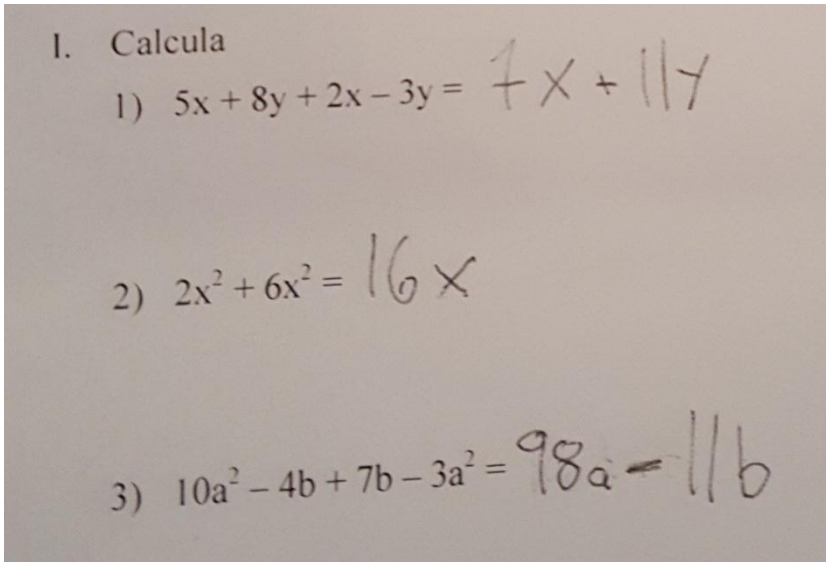
Un estudiante en los tres ejercicios evidencia la dificultad de aceptar las expresiones algebraicas como “solución de problema” (Chalouh y Herscovics, 1984), debido a que realiza la operación en forma correcta y luego la reduce a un a monomios separándolos con coma. Otros dos estudiantes no lograron el paso de Aritmética al Álgebra evidenciándolo en resultados en el ámbito numérico ignorando el factor literal ($5x + 8y + 2x - 3y = 12$). Los alumnos que cometieron errores algebraicos, son los que no cumplieron con las propiedades al sustraer o adicionar términos algebraicos y otros el exponente del factor literal lo traspasaron al factor numérico de la respuesta ($2x^2 + 6x^2 = 8^2x$). Por todo lo expuesto los estudiantes no lograron desarrollar la pregunta en el Modo Aritmético y menos el Modo Estructural. Pero lo más preocupante es que no le encontraron sentido al álgebra volviendo al ámbito aritmético.

En este ítems es donde se evidencia la mayor diferencias con el grupo 7°C, donde ellos sí lograron el tránsito entre del Modo Aritmético al Modo Estructural.

Estudiante4



Estudiante 2



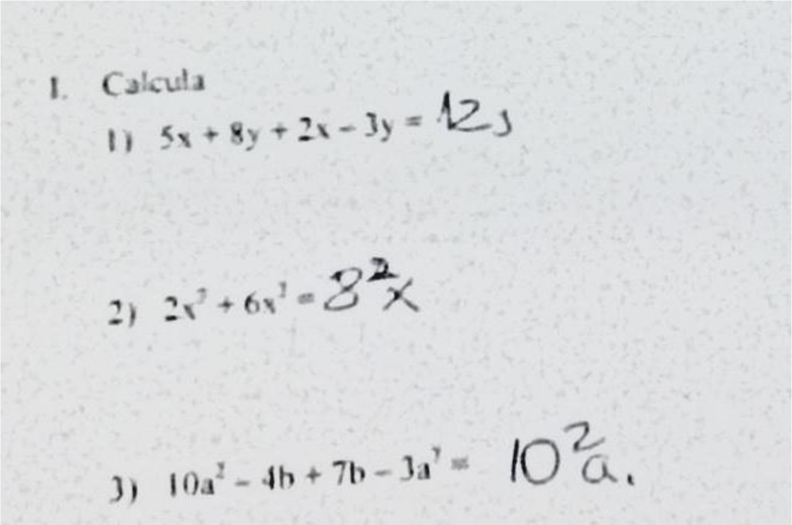
I. Calcula

1) $5x + 8y + 2x - 3y = 7x + 11y$

2) $2x^2 + 6x^2 = 16x$

3) $10a^2 - 4b + 7b - 3a^2 = 98a - 11b$

Estudiante 3



I. Calcula

1) $5x + 8y + 2x - 3y = 12y$

2) $2x^2 + 6x^2 = 8^2x$

3) $10a^2 - 4b + 7b - 3a^2 = 10^2a.$

4.1.3. CONFRONTANDO EL ANÁLISIS DE 7°C CON 7°A GRÁFICAMENTE

La validación o refutación de las hipótesis formuladas en la investigación se fundamenta en la confrontación de los análisis a priori y a posteriori. Según Artigue, “En la mayoría de los textos publicados concernientes a ingenierías, la confrontación de los dos análisis, a priori y a posteriori, permite la aparición de distorsiones. Estas están lejos de ser siempre analizadas en términos de validación; esto es, no se busca en las hipótesis formuladas aquello que las distorsiones constatadas invalidan. Con frecuencia, los autores se limitan a proponer modificaciones de ingeniería que pretenden reducirlas, sin comprometerse en realidad con un proceso de validación.”

Con respecto a la interpretación que hacen los estudiantes de las letras podríamos decir que la mayoría de la muestra del 7°C logró hacer una acomodación para interpretarla como objeto concreto, algunos siguen considerándola como valor numérico, lo cual no implica que no hayan logrado desarrollar el Modo Aritmético, es decir podemos evidenciar que fue alcanzado por los seis estudiantes el modo A.A. El estudio presenta como un elemento importante es la asimilación de la definición de la variable como objeto concreto porque es la forma en la cual se debe tratar en los niveles superiores cuando el contenido sea por ejemplo Adición o sustracción de raíces o de números complejos, es aquí donde podrían evidenciar que los aprendizajes fueron significativos.

El trabajo que se realizó en la sesión con los estudiantes de 7°C bajo el modo Geométrico donde se vinculó los exponentes de los términos algebraicos con la geometría no fue suficiente o significativo debido a que no todos lograron responder las preguntas asociadas (itemsl, preg2 y preg3), pero si hubo un avance en relación al Pretest, pero en general podemos indicar que no lograron visualizar el objeto matemático en el Modo Geométrico. Es necesario el desarrollar este modo en más de una clase o sesión, nosotros lo consideramos en una sola porque no había ningún objeto matemático geométrico nuevo para ellos y solo debían establecer relaciones entre lo conocido y los términos algebraicos, pero los resultados nos indican que se requiere mayor desarrollo en clases. Para el estudio es importante esta representación del objeto matemático debido a que algunos estudios indican que la apropiación solo se logra con diversas representaciones del mismo, llevando al estudiante a construir imágenes mentales (Socas 2000, pág 79).

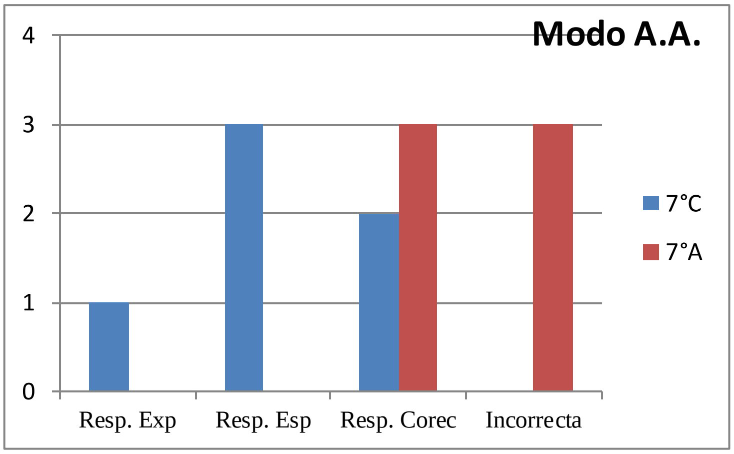
El modo Estructural correspondiente a la pregunta 5 del Ítems I, fue logrado parcialmente por el total de los estudiantes debido a que no consideraron al momento de la argumentación la condición del exponente del término algebraico, pero en las respuestas de ejercicios utilizaron en forma correcta ambas condiciones para poder ser adicionas o sustraídos los términos algebraicos. Si comparamos con el pretest hubo un avance significativo.

Al analizar los resultados del séptimo **C** en el Pretest con respecto al Postest podemos indicar que si se logró aprendizaje de la adición y sustracción de términos algebraicos en forma general, es decir los estudiantes pudieron realizar el último Ítems de las operaciones con los términos algebraicos logrando transitar del Modo Aritmético al Modo Estructural. Hubo un gran avance, los estudiantes de 7°C fueron capaces de agrupar los términos semejantes y operarlos. Las dificultades que se presentaron fueron por errores en las operaciones con números enteros.

Se realizó una confrontación de los resultados obtenidos en el Postest de Séptimo **C** y Séptimo **A** los graficamos y separamos las preguntas por los distintos Modos de Pensamientos considerados al construir los Test:

- Ítems I, pregunta 1 → Modo Aritmético
- Ítems I, pregunta 2 → Modo Geométrico
- Ítems I, pregunta 3 → Modo Geométrico transito Modo Aritmético
- Ítems I, pregunta 4 → Modo Aritmético transito Modo Estructural
- Ítems I, pregunta 5 → Modo Estructural
- Ítems II → Modo Aritmético transito Modo Estructural
- Ítems III, pregunta 1,2 y 3 → Modo Aritmético transito Modo Estructural

Ítems I, pregunta 1 (Por qué “x” es distinta “y” en álgebra?)

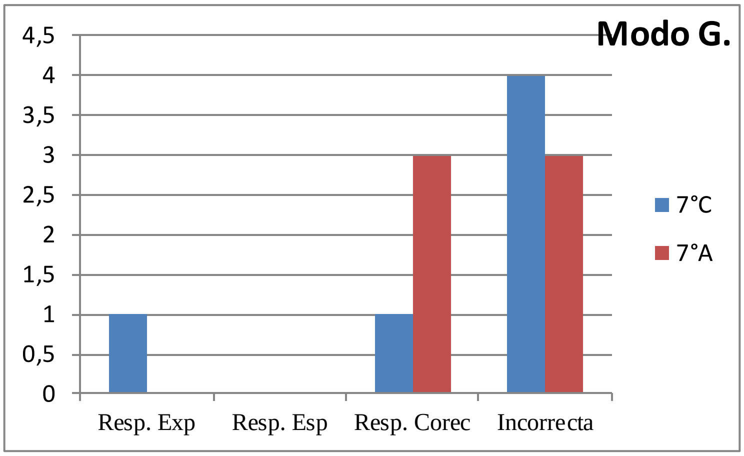


El total del 7°C respondió en forma correcta la pregunta del Modo Aritmético lo que nos indica que lograron pensar el objeto matemático a través de relaciones numéricas o símbolos, en cambio en el 7°A solo la mitad logro visualizar el objeto matemático en esta faceta.

Cabe mencionar que cuatro de los estudiantes de 7°C interpreto la variable como objeto concreto, uno continuo con la definición utilizada por ellos en otros niveles inferiores como número y el último argumento nombrando de las dos formas. Con lo cual podemos indicar que hubo comprensión del uso de las letras dándole significado logrando el Modo de pensamiento Aritmético.

El grupo 7°A no logro el pensamiento analítico aritmético en el total de los estudiantes, la mitad de ellos argumentan indicando una diferencia literal.

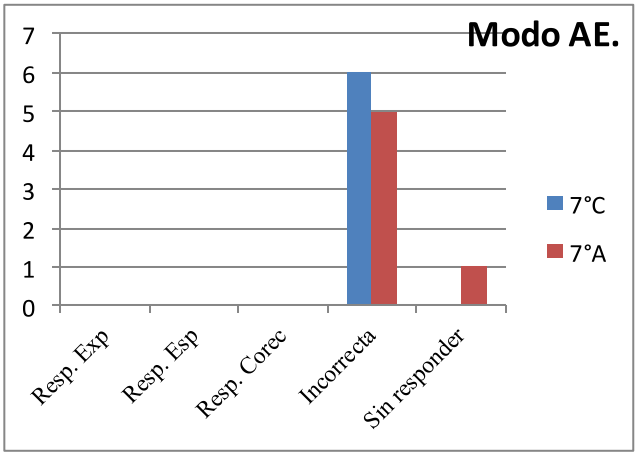
Ítems I, pregunta 2 (Es lo mismo “x” y “x^2”, justifica tú respuesta).



Uno de los problemas que se detectaron en todas las respuestas fue la falta de práctica de los estudiantes en preguntas donde deben argumentar matemáticamente, este hecho se muestra principalmente en este ítems donde el grupo del 7°C queda ubicado principalmente en Incorrectas al tratar de usar la definición de la variable en su respuesta, pero sin resultados positivos, en cambio en el 7°A ignoraron la definición de la variable y la mencionan como números múltiplicandose, lo cual los lleva a una respuesta que puede considerarse correcta, pero en la cual no se muestra el desarrollo del Modo Geométrico en ambos grupos.

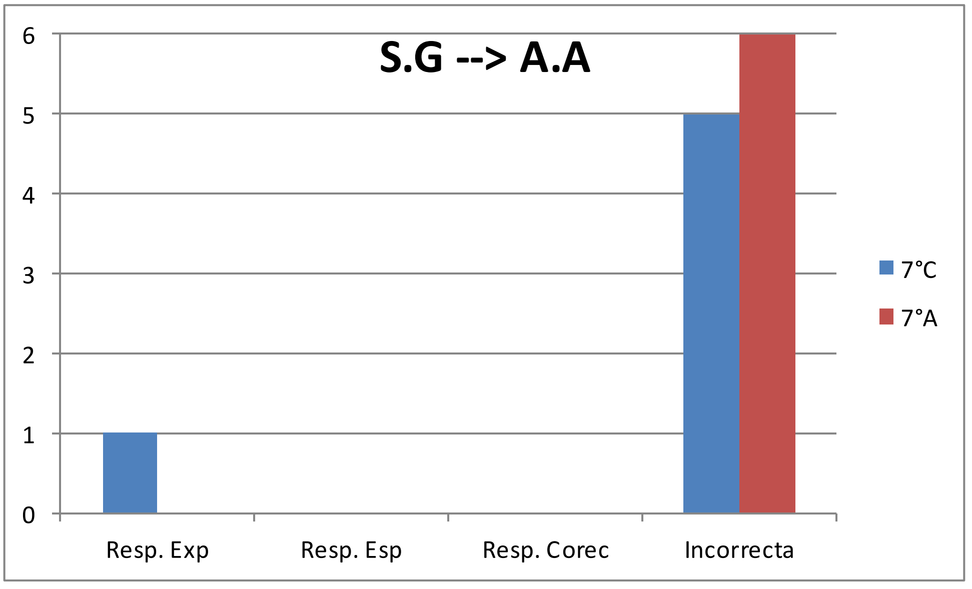
Ninguno de los dos grupos logro desarrollar el modo geométrico.

Ítems I, pregunta 5 (¿Cuál es la condición que deben cumplir dos términos algebraicos para que puedan ser adicionados o sustraídos?)



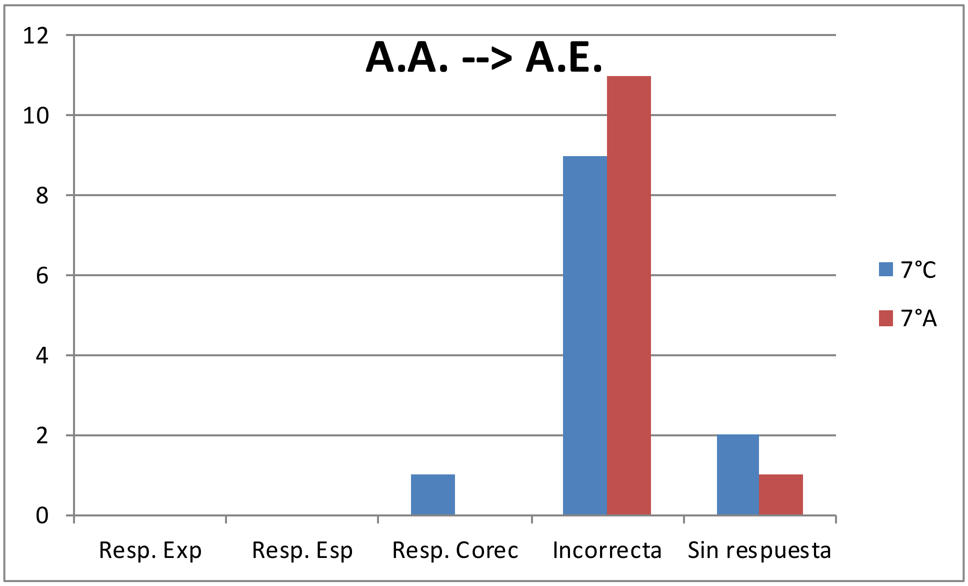
Los seis estudiantes de 7°C desarrollan este Modo Estructural en forma parcial porque nombran solo a una de las propiedades. En cambio el 7°A ninguna respuesta nombra al factor literal ni al exponente como condición de ser adicionados o sustraídos los términos algebraicos. Con lo cual muestran un nivel del desarrollo algebraico mucho más bajo.

Items I, pregunta 3 (El término algebraico “x^2” podrá representar el área de un rectángulo, justifica)



Ambos grupos tiene la mayoría de los estudiantes en incorrecto, a pesar que algunos estudiantes reconocian las propiedades de la figura geometrica no lograron analizar el caso particular que podía llevarlos a la solución que requeria del desarrollo del Modo Aritmético. Solo un estudiante se destaca por haber logrado el transito de S.G al A.A. correspondiente al gupo 7°C.

Items I, pregunta 4 e Ítems II (Define cuando dos términos son semejantes y da un ejemplo- Problema)

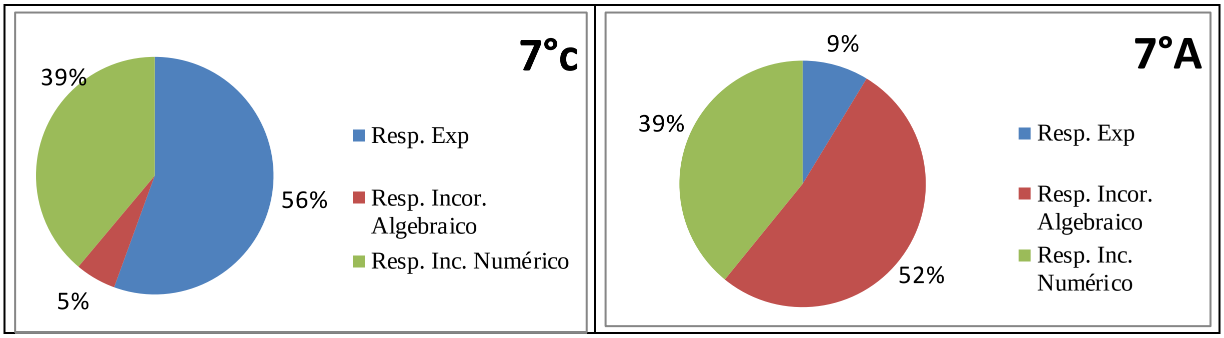


El grupo 7°A al ejemplificar en la respueta 4 no lo realizaron en forma correcta a diferencia del grupo C que todos los estudiantes lo realizaron en forma correcta por lo cual podemos indicar que esta presente en ellos el modo de pensamiento A.A., lamentablemente no lograron el modo A.E. es su totalida sino en forma parcial al no considerar la condición de los exponentes en los términos algebraicos. El grupo 7°A no hacen mención de ninguna de las dos condiciones para ser semejantes. No lograron según Piaget (flavell 1981) el paso de un estadio de pensamiento concreto a un estadio formal.

Una observación preocupante del grupo 7°A es su menor desarrollo algebraico tendiendo a volver al ámbito aritmético, evidenciado en la forma de argumentar. Estudios nos dicen que en la fase de transición entre pensamiento aritmético y pensamiento algebraico, ciertos obstáculos a nivel aritmético pueden retardar el desarrollo del lenguaje algebraico y la introducción de nuevas estrategias y de nuevos contenidos algebraicos puede eclipsar los conocimientos aritméticos anteriores (Cfr. Malisani, 1990 y1993).

Se analizaron también en forma gráfica los resultados obtenidos en el Ítems III de resolución de operaciones de términos algebraicos del séptimo C y séptimo A

A.A → A.E.



Una mayor cantidad de estudiantes del Séptimo C lograron una respuesta experta, estos lograron realizar el tránsito de A.A. a A.E. En cambio en Séptimo A solo dos alumnos lograron realizar el tránsito de A.A. a A.E.

Los demás estudiantes cometieron errores del tipo algebraico o numérico , en el caso del 7°C los que tienen errores numérico, si mantuvieron el factor literal con el exponente en la respuesta, en cambio en 7°A ellos retrocedieron al ámbito numérico en vez de avanzar al ámbito algebraico (Socas 2000, pág.39) lo cual me parece grave.

Cabe destacar que en el grupo 7°C, cuando deben responder una pregunta aplicando las propiedades de ser semejantes lo hacen correctamente, pero no logran responder en forma argumentativa.

CAPÍTULO V

5.1. CONCLUSIONES

Las preguntas planteadas en la investigación fueron ¿Qué pueden hacer los docentes para mejorar esos resultados?, ¿qué secuencia didáctica sería la más apropiada para que el estudiante logre comprender el álgebra en séptimo básico?

Con respecto a la primera pregunta podemos indicar a los docentes que la propuesta didáctica logro que los estudiantes del grupo 7°C comprendieran la diferencia entre “x” e “y” como objetos concreto, lo cual no se logró con una enseñanza tradicional impartida en el grupo 7°A, donde ellos tendían a retroceder al ámbito aritmético o a una argumentación literal. También podemos indicar a los docentes que al presentar el objeto matemático en distintas facetas estamos desarrollando un pensamiento más versátil del objeto matemático lo cual fue logrado por los estudiante del grupo 7°C quienes transitaron entre los Modos de Pensamiento A.A. y A.E. llevándolos a poder identificar los términos semejantes y operarlos, como también a darle un sentido al uso de las variables, lo cual no fue logrado por el grupo de estudiantes de 7°A del método enseñanza-aprendizaje tradicional.

La segunda pregunta del estudio ¿qué secuencia didáctica sería la más apropiada para que el estudiante logre comprender el álgebra en séptimo básico? Es posible indicar que la propuesta didáctica presentada es apropiada para que el estudiante logre comprender el álgebra en séptimo básico, considerando la siguiente reparación: se debe aumentar el número de sesiones en el desarrollo del pensamiento Sintético Geométrico debido a que los resultados del análisis nos indican que no todos los alumnos desarrollaron el pensamiento Sintético Geométrico, el cual también se vio afectado por la falta de práctica de los estudiante en respuesta del tipo argumentativa que no permitió la visualizar de la falta o existencia del pensamiento Sintético Geométrico en ellos con claridad.

El uso de letras como objetos concreto propuesto en la secuencia didáctica es uno de los pilares de la propuesta didáctica junto con el desarrollo del objeto matemático en distintas facetas llevando al alumnos a realizar la adición y sustracción de términos semejantes, donde luego podrá conectar este conocimiento en otros ámbitos, tales como en el eje numérico; la adicionar y sustracción de complejos o raíces, donde el objeto concreto es la unidad imaginaria o la raíz. Al hacer la conexión se evitaran dificultades como nos afirma Caballero y Juárez (2016)

> Muchas de las dificultades que los estudiantes tienen con las variables se relacionan con la incapacidad de reconocer su papel correcto. El no reconocer las diferencias que caracterizan los distintos usos de la variable se torna frecuentemente en un obstáculo que bloquea el aprendizaje del álgebra, y en general de la matemática.

Considerando todo lo anterior podemos recomendar la utilización de la propuesta didáctica para el proceso de enseñanza- aprendizaje que consiste en:

- Establecer que el tipo de variable para la Adición y Sustracción de términos algebraicos es un "objeto concreto", utilizándola como unidad monetaria – unidad de medida – unidad de masa.
- Se debe enseñar la adición y sustracción de términos algebraicos realizando las clases presentadas (páginas 34 a la 40) con sus actividades correspondientes (anexo) donde se desarrollan el pensamiento Analítico y Sintético, mostrando al objeto matemático en distintas facetas. Con lo cual el estudiante transitara por A.A – S.G – A.E logrando alcanzar el conocimiento.

Las actividades fueron creada en base a las distintas facetas propuesto por los Modos de Pensamiento de Anna Sierpinska y llevadas a la práctica mediante la metodología "Ingeniería Didáctica Matemática", específicamente la micro-ingeniería considerando las cuatro faces y las tres dimensiones que nos permitió la concepción, organización y articulación de un conjunto de secuencias de clase.

5.2. SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

- Trabajar cada modo en más de una sesión, para darle tiempo al estudiante a la acomodación de estos nuevos conceptos y poder superar el concebir solo a las letras como números.

- En la actividad 1, se sugiere antes de preguntar al estudiante por la expresión algebraica que genera la suma de todos los productos, generar preguntas en la que solo expresen las frutas que se expresa en kilos por separado a los de gramos y posteriormente juntarlos en un total.

- La pregunta del Postest 3 del ítems 1. Debiese trabajarse algunos ejercicios en clase parecido a esta pregunta, para que en el Postest logren analizarla correctamente.

- Modificar la pregunta II, debido a que la mayoría pensó que se pregunta si era posible levantar esa cantidad de peso. El cambio puede ser “Pedro ha buscado en internet levantadores de pesas de distintos países y ha encontrado a Hugo que levantó 120 kilos y Percy levantó 224 libras, Pedro se pregunta “¿Es posible el juntar estas unidades de peso en una sola suma, es decir 344?)”. Responde justificando tu respuesta.

- El Aprendizaje Esperado 1.07 tiene como indicador de evaluación: Convierten sumas y restas de términos en expresiones semejantes y las reducen.
  Por ejemplo, la suma 2a + 3b + 3c + a la expresan en la forma 2 (a + b + c) + (a + b + c) y posteriormente la reducen. Consideramos que para el nivel de séptimo básico no es un indicador de evaluación apropiado porque no corresponde a una estrategia para reducir términos semejantes, pero si para factorizar no tiene relación con los contenidos mínimo obligatorios del nivel.

BIBLIOGRAFIA

ARTIGUE, M., DOUADY, R., MORENO, L., & GÓMEZ, P. (1995). Ingeniería didáctica en educación matemática. *Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.*

ARTIGUE, M., DOUADY, R., MORENO, L., & GÓMEZ, P. (1995). Ingeniería didáctica en educación matemática.

Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos de CEIF*.

BABINI, J. (1952). Historia sucinta de la matemática.

BRIZUELA, B. M. y SCHLIEMANN, A. D. (2003). Fourth graders solving equations.En N. A. Pateman, B. J. Dougherty y J. T. Zilliox (Eds), Proceedings of the 27th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 25th conference of Psychology of Mathematics Education North America, (Vol. 2, pp. 137-144). Honolulu: College of Education, University of Hawaii.

BOLEA, P. (2003). *Los procesos de algebrización de las Organizaciones Matemáticas Escolares*. Zaragoza, España: Universidad de Zaragoza. (Tesis doctoral no publicada).

BOYER, CARL B. (1991) “A History of Mathematics”. John Wiley&Sons, Inc. USA

BONILLA, D., & PARRAGUEZ, M. (2013). La elipse desde la perspectiva de la teoría de los modos de pensamiento.

BOYER, C. B. (1986). Historia de la matemática. Madrid: Alianza.

CAMPOS, E. D. F. (2008). Ingeniería didáctica. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, (2).

CARRAHER, D. W., SCHLIEMANN, A. D., BRIZUELA, B. M. y EARNEST, D. (2006). Arithmetic and algebra in early mathematics education. Journal for Research in Mathematics Education, 37(2), 87-115.

ELLIOTT, J. (1993). El cambio educativo desde la investigación-acción. Ediciones Morata.

FLAVELL.J.H (1981).La psicología evolutiva de Jean Piaget. Barcelona: Paidós.

FLORES PEÑAFIEL, A. (2000). Uso de representaciones geométricas para facilitar la transición de la aritmética al álgebra. Miscelánea Matemática, 19, 11-23.

GODINO, J. D., CASTRO, W., AKÉ, L., &WILHELMI, M. D. (2012). Naturaleza del razonamiento algebraico elemental. *Boletim de Educação Matemática-BOLEMA*, *26*, 483-511.

GAMBOA, D., BERMEO, M. S., & ZAPATA, P. A. (2012). Análisis didáctico de las prácticas docentes usadas en la enseñanza del álgebra en grado octavo.

HERSCOVICS, N., & CHALOUH, L. (1984). Using literal symbols to represent hidden quantities. In Proceedings of the sixth annual meeting of PME-NA (pp. 64-70).

JUÁREZ, E. C., & LÓPEZ, J. A. J. (2016). Análisis y clasificación de errores en la adición de fracciones algebraicas con estudiantes que ingresan a la universidad. Números, (91), 33-56.

KAPUT, J. (1998).Teaching and learning a new algebra with understanding. Dartmouth, MA: National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.

KAPUT, J. (2000).Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by “algebrafying” the K-12 curriculum. Dartmouth, MA: National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.

KIERAN, C., &FILLOY, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. In *Enseñanza de las Ciencias* (Vol. 7, pp. 229-240).

KIERAN, CAROLYN. "Aprender y enseñar álgebra." *En segundo manual de la investigación sobre la enseñanza de las matemáticas y el aprendizaje: Un proyecto del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas* 1 (2007): 707.

KRAUSE, MARIANE. "La investigación cualitativa: un campo de posibilidades y desafíos." *Revista Temas de educación* 7 (1995): 19-40.

MALISANI, E., 1990. Incidencia de distintos tipos de estructura lógica de un problema sobre la conducta de resolución. *Revista Irice, 1*, pág. 41 - 59.

(Traducción italiana en *Quaderni di Ricerca in Didattica G.R.I.M., 3,* pág. 65 - 86, 1992).

MALISANI, E., 1993. *Individuazione e classificazione di errori nella risoluzione di problemi algebrici e geometrici.* Tesi di Laurea, Università degli Studi di Palermo.

MALISANI, E. (1999). Los obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento algebraico. *Revista del Instituto Rosario de Investigaciones en Ciencias de la Educación (IRICE)*, *13*.

MATURANA, I., PARRAGUEZ, M., & RODRÍGUEZ, M. (2014). Construcciones y mecanismos mentales para el aprendizaje de la matriz asociada a una transformación lineal.

MÁRQUEZ, M. A. C., & SORIANO, M. C. M. M. A. (2007). Desarrollando el Pensamiento Algebraico en estudiantes de octavo grado del CIIE a través de la resolución de problemas.

MATZ, M (1980) "Towards a computational theory of algebric competence". Journal of Children's Mathematical Behavior, 3,1, 93-166.

MEDINA, M. M. P. (1998). *La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en álgebra por estudiantes de 12 a 14 años* (Doctoral dissertation, Universidad de La Laguna).

OLFOS AYARZA, R., SOTO SOTO, D., & SILVA CROCCI, H. (2007). Renovación de la enseñanza del álgebra elemental: un aporte desde la didáctica. Estudios pedagógicos (Valdivia), 33(2), 81-100.

PARRAGUEZ, M. (2012). Teoría los modos de pensamiento: Didáctica de la Matemática.

ROBAYNA, M. M. S. (1999). Perspectivas de investigación en pensamiento algebraico. In *Actas del III SEIEM: Valladolid, 1999* (pp. 261-282). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

RABINO, A., CUELLO, P., & DE MUNNO, M. (2004). Aprehender álgebra utilizando contextos significativos. *Revista Premisa*, *22*, 36-42.

ROBAYNA, M. M. S. (1999). Perspectivas de investigación en pensamiento algebraico. In *Actas del III SEIEM: Valladolid, 1999* (pp. 261-282). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

RUIZ, N., BOSCH, M., &GASCÓN, J. (2010).La algebrización de los programas de cálculo aritmético y la introducción del álgebra en secundaria.

SANDÍN ESTEBAN, M. P., & ESTEBAN, M. P. S. (2003). *Investigación cualitativa en educación: fundamentos y tradiciones*.

SESSA, C. (2005). *Iniciación al estudio didáctico del álgebra: orígenes y perspectivas* (Vol. 2). Libros del Zorzal.

SOCAS ROBAYNA, M., CAMACHO MACHÍN, M., PALAREA MEDINA, M., &HERNANDEZDOMINGUEZ, J. (1996). Iniciación al álgebra. *Editorial Síntesis, Colección: Matemáticas: Cultura y Aprendizaje, Madrid, España*.

SOCAS, M. M. (1997). "Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria", cap.5 pp. 125-154. En: L. Rico y otros, La educación Matemática en la Enseñanza Secundaria. Barcelona: ICE/Horsori.

SOCAS, M. M. (2000). Guía del Puzzle algebraico. Campus: La Laguna.

SOCAS, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico.

STREEFLAND, L. (1995). Desarrollando actividades en donde se llega al álgebra naturalmente –ecuaciones. . Presentado en la conferencia AERA. San Francisco.

URSINI, S. (1996). Creación de un potencial para trabajar con la noción de variable. F. Hitt.

VALOYES, L. (2008). Análisis didáctico de la algebrización de una organización matemática en el sistema educativo colombiano. El caso de la semejanza en el plano. Cali, Colombia: Universidad del Valle. (Tesis de maestría no publicada).

ZIMMERMANN, W., Y CUNNINGHAM, S. (Eds.). (1991). La visualización en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (pp. 127-137). Washington DC ^ EDC: Mathematical Association of America.

Agencia de Calidad de la Educación (2011-2013 -2014). Informe de Resultados SIMCE. Santiago, Chile: Autor. Extraído de <http://www.agenciaeducacion.cl/simce/resultados-simce/ >

Agencia de Calidad de la Educación (2011). Informe de Resultados Timss. Santiago, Chile: Autor. Extraído de <http://www.agenciaeducacion.cl/timss-estudio-internacional-de-tendencias-en-matematica-y-ciencias/>

Agencia de Calidad de la Educación (2006 – 2009 - 2012). Informe de Resultados Pisa. Santiago, Chile: Autor. Extraído de <http://www.agenciaeducacion.cl/pisa-programme-for-international-student-assessment/> & http://educacion2020.cl/sites/default/files/resultadospisa2012chile_agencia.pdf

http://www.sectormatematica.cl/timms/Preguntas_TIMSS_1999_Matematicas.pdf

http://www.agenciaeducacion.cl/wp-content/uploads/2013/02/TIMSS-2003-2002-de-8-B%C3%A1sico.pdf

ANEXOS

ACTIVIDAD 1

1. Juan juntará dinero con dos amigos, pero ellos no son de su misma nacionalidad. Juan es chileno, Diego de Estados Unidos y Rosario es de europea. Juan junto $34.000 pesos, Diego 12,3 US y Rosario 50 **€**(Euros).

¿Es correcto pensar que tienen entre los tres 34.062,3, justifica tu respuesta?

____

____

____

2. Dos amigas van a preparar mermeladas, para esto requieren comprar frutas van juntas al mercado y compraron 2kg de manzanas, 3kg de duraznos, 300g de frutillas, 500g de cerezas y 1kg de plátanos. Rocío dice: “Entre las manzanas, los duraznos y los plátanos, tenemos 6kg de fruta; y entre las frutillas y las cerezas, 800g”.

   a) ¿Qué operación matemática utilizó Sofía para saber la cantidad de fruta que habían comprado?

   ____

   ____

   ____

   b) ¿Por qué juntó las manzanas, los duraznos y los plátanos en un grupo y en el otro grupo, las frutillas y las cerezas?

   ____

   ____

   ____

   c) Justifica el porqué las manzanas, los duraznos y los plátanos los compró en kilogramos, mientras que las frutillas y las cerezas en gramos.

   ____

   ____

   ____

d) Escribe en lenguaje algebraico la operación que realizó Sofía para llegar a la respuesta.

____
____
____

3. En la ferretería las tuberías de cobre las venden cortándolas en la medida solicitada, si Mario requiere tuberías de 2cm de diámetro, pero de las siguientes medidas: de 2 metros, de 75 centímetros, de 1 metro con 20 centímetro. El vendedor le dice que en total lleva 3 metros y 95 centímetros.

a) ¿Qué operación matemática utilizó el vendedor para saber la cantidad de tuberías que lleva Mario?

____
____
____

b) ¿Por qué no es posible juntar la medida de las tres tuberías en un solo total?

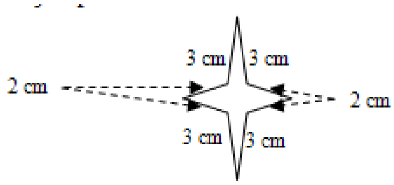
____
____
____

c) Escribe en lenguaje algebraico la operación que realizó el vendedor para llegar al total.

____
____

ACTIVIDAD 2

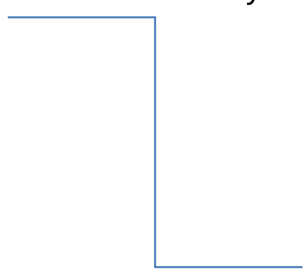
Recordar: Para calcular el perímetro de cualquier forma geométrica se suman las medidas de los lados. Por ejemplo



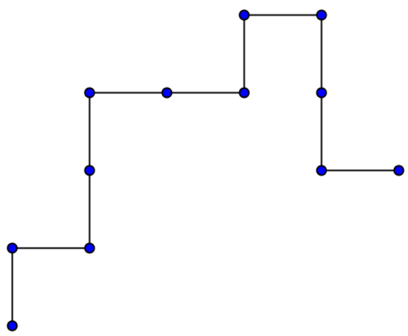
P = 3+3+2+2+3+3+2+2
P = 20 cm

Esta actividad se trabaja en conjunto con el estudiante, donde él explora y el profesor institucionaliza.

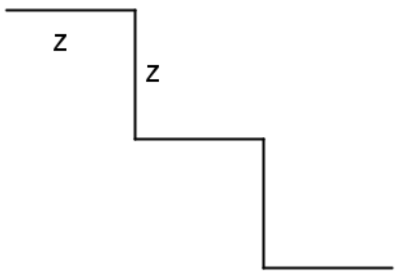
1. Si la línea horizontal mide 5cm y la vertical 10 cm, ¿cuánto mide toda la línea?



2. Si cada segmento entre puntos mide 3 cm, la figura está formada por la unión de estos segmentos, anota los pasos que usarás para obtener la medida total de la figura.



3. Anota los pasos que utilizarías para obtener la longitud total de la figura (todos los segmentos son congruentes)



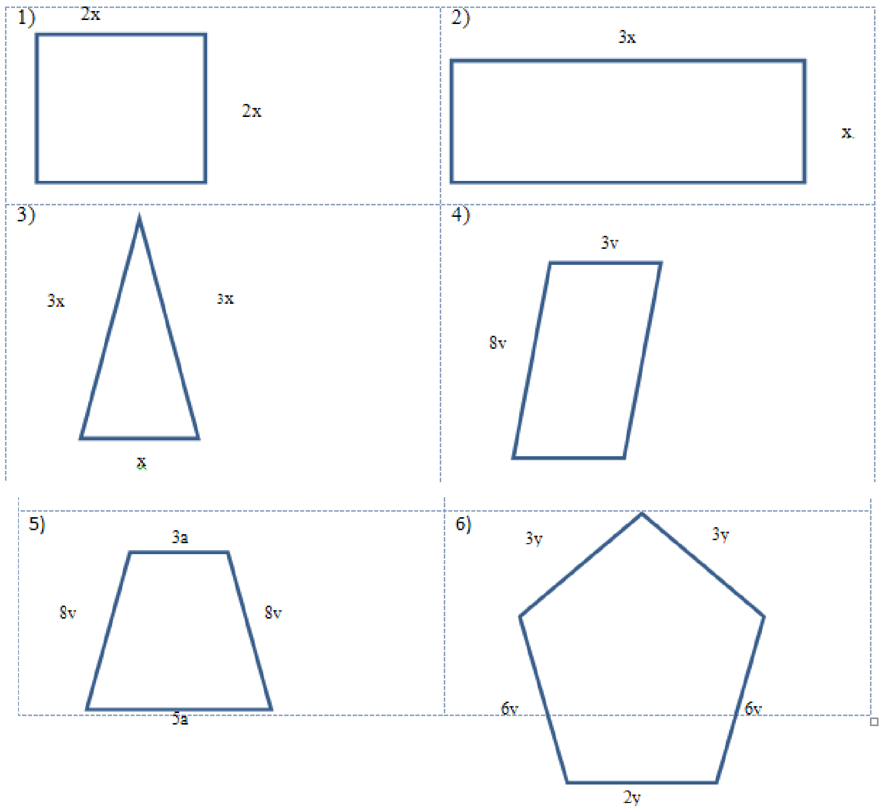
Programa de estudio a implementarse 2015

4. Anota la expresión algebraica que utilizarías para obtener la longitud total de la figura. Cada segmento horizontal mide “b” y los verticales “c”

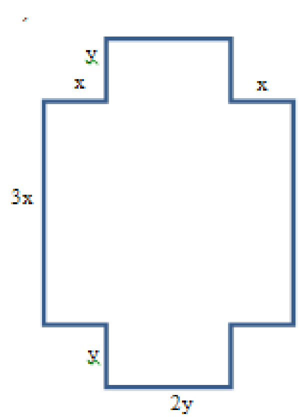
Programa de estudio a implementarse 2015

Ejercicios

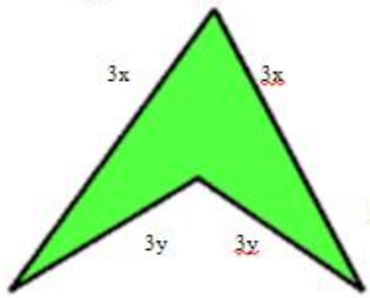
Obtén el perímetro de las siguientes figuras geométricas



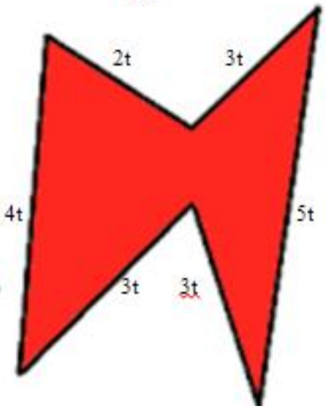
7)



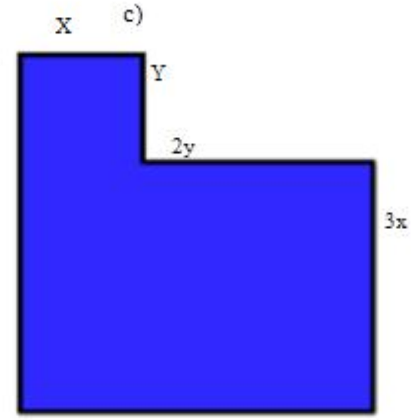
8) a)



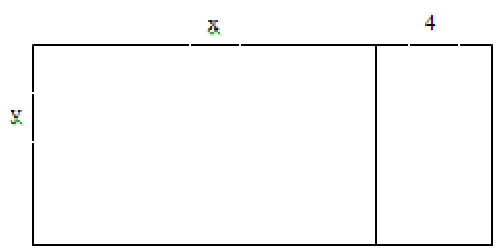
b)



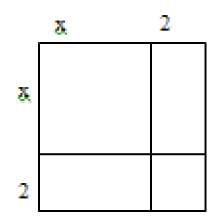
c)



9)



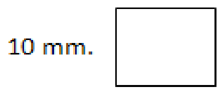
10)



ACTIVIDAD 3

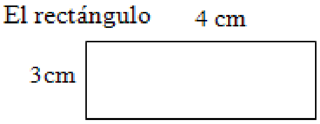
Recordar: El **área de una figura** corresponde a la medida de la superficie que dicha figura ocupa. El cálculo del área se realiza de forma indirecta en la mayoría de los casos, es decir, hay que recurrir a diferentes fórmulas matemáticas para conocerla.

El cuadrado



Área = lado*lado
= lado^2
Área = 1omm*10mm
= **100mm^2**

El rectángulo

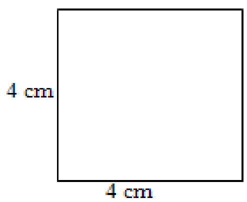


Área = largo*ancho
Área = 4cm*3cm
= **12cm^2**

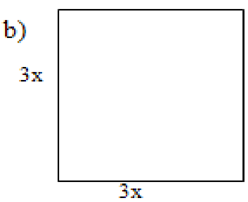
Espera las instrucciones del profesor para realizar esta actividad.

1. Área de cuadrado

a)

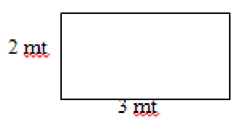


b)

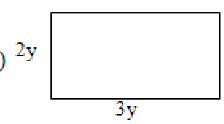


2. Área de un rectángulo

c)

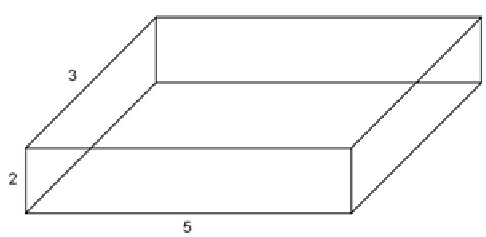


d)



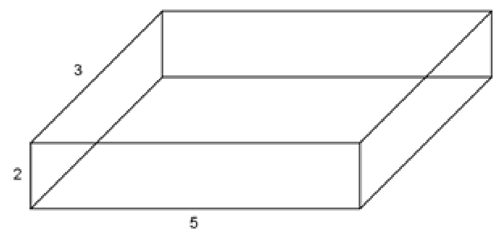
3. ¿Cuánta pintura debo comprar para pintar una piscina si las dimensiones son las siguientes?

Largo = 5mt. Ancho = 3mt. Alto = 2 mt

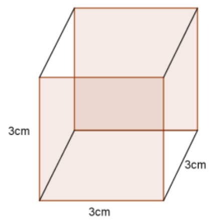


Anota los pasos utilizados para encontrar la respuesta.

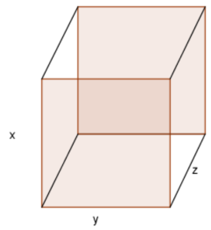
4. ¿Cuál sería el volumen de la piscina donde la unidad de medida es metro (recuerda que el volumen de un prisma es alto*ancho*largo)?



5. ¿Cuál es volumen del cubo?



6. Quedaría bien expresado en forma general el cubo anterior, justifica tú respuesta:



Actividad Solos: Reduce las siguientes expresiones algebraicas realizando las adiciones y sustracciones.

6) $x^2 + 3x^2 – 3x =$

7) $5x + 3x – 2x =$

8) $10x - 4y – 5x + 8y =$

9) $3y + 4x – y + 9x^2 - 4x =$

10) $2a + 2b – 2c + 3a =$

PLANIFICACIÓN DEL7°A

DÍA/FECHA	CONTENIDO	DESARROLLO	EVALUACIÓN/ INDICADORES DE LOGRO
3/3 (Semana 3)	**Unidad III: Algebra** **AE 07** Establecer estrategias para reducir términos semejantes.	**Inicio:** Se recuerda con el grupo curso las fórmulas de perímetro y área de triángulos, cuadrados y rectángulos. Mencionan que se expresan con letras. Se explicita el objetivo de la clase. **Desarrollo:** Traducen las fórmulas recordadas y comunican que las letras se reemplazan por valores numéricos. Calculan perímetro o áreas de diversos polígonos, reemplazando las fórmulas por el valor numérico de la medida. Expresan en lenguaje algebraico: Un número: X Doble de un número: 2X Triple de un número aumentado en cinco: 3X + 5 Cinco veces un número disminuido en 15: 5X – 15 Traducen expresiones algebraicas en lenguaje natural. Identifican que hay expresiones algebraicas que son una igualdad y que existe una incógnita. Anotan que dicha igualdad es una ecuación.	**Evaluación Directa y formativa.** **Indicadores:** - Relacionan fórmulas de perímetro y área de polígonos con el lenguaje algebraico. - Traducen expresiones de lenguaje simbólico a natural y viceversa.

		Cierre: Aplican el lenguaje algebraico en diversas afirmaciones. Traducen expresiones algebraicas en lenguaje natural. Comparten sus respuestas para corregir.	
1/3 (Semana 4)	**AE 07** Establecer estrategias para reducir términos semejantes. .	**Inicio:** Se realiza el cálculo mental de expresiones algebraicas **Desarrollo:** Se define cuando se considerara dos términos semejantes, se realizan ejemplos y ejercicios en forma conjunta. **Final:** Revisan y comentan los ejercicios dados. Se resuelven dudas existentes.	**Evaluación Directa y de Proceso.** **Indicadores:** Reducen sumas de términos semejantes utilizando estrategias establecidas.
2/3 (Semana 4)	**AE 07** Establecer estrategias para reducir términos semejantes.	**Inicio:** Se realiza el cálculo mental de expresiones algebraicas **Desarrollo:** Se realizan ejercicios de términos semejantes usando paréntesis y también fracciones. Realizan ejercicios del libro **Final:** Revisan y comentan los ejercicios dados. Se resuelven dudas existentes.	**Evaluación Directa y de Proceso.** **Indicadores:** Convierten sumas y restas de términos en expresiones semejantes y las reducen. Por ejemplo, la suma 3a +3b +3c +a la expresan en la forma2(a +b + c) + (a +b + c) y posteriormente la reducen.