UNIVERSIDAD

ALBERTO HURTADO

LA UNIVERSIDAD JESUITA DE CHILE

Facultad de Educación

Departamento de Pedagogías

Medias y Didácticas Específicas

LAS ORGANIZACIONES MATEMÁTICAS Y DIDÁCTICAS DE ESTUDIANTES EN FORMACIÓN DE PEDAGOGIA BÁSICA CON MENCIÓN MATEMÁTICA, PARA LA RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA EN GEOMETRÍA

Tesis para optar al Grado de Magíster en Didáctica de la Matemática

Por:

Jorge Alejandro Neira Silva

Directora de tesis: Dra. María Soledad Montoya González

Santiago, Chile

2015

AGRADECIMIENTOS

… a mis hijas y esposa…

INDICE

Introducción

La educación en su globalidad siempre ha sido un tema de discusión y análisis, más aún cuando las variaciones sociales y políticas del país demandan modificaciones o cambios de políticas públicas en torno a la formación inicial docente. En este sentido el profesorado en formación parece ser la piedra de tope en la misión de educar y formar a los estudiantes del sistema escolar.

Entonces la preocupación pareciera ser que está en la formación de docentes, sobre todo en la enseñanza de la disciplina, así como en las capacidades que despliegan en torno al conocimiento pedagógico de esos contenidos. Esta dificultad se ve acrecentada cuando se relaciona con la disciplina de Matemática, que normalmente está catalogada como compleja y de difícil acceso para quienes la enseñan y para quienes aprenden.

Este trabajo de investigación se centra en los profesores de Enseñanza general Básica, con mención en matemática, específicamente, estudiantes del último año de la carrera, que están desarrollando su práctica profesional en establecimientos educacionales del sistema escolar de nuestro país. El documento presenta el informe correspondiente a la investigación de las actividades matemáticas que realizaron los estudiantes en la temática específica de la resolución de un problema de Geometría.

La sistematización de la investigación se expresa en este documento por medio de ocho capítulos en los que se plantea:

Capítulo I: exposición de la problemática y de los objetivos asociados.

Capítulo II: en este se presentan los antecedentes asociados a la problemática de investigación, como también la revisión de la propuesta de planes y programas vigentes de la educación chilena, asociados al objeto matemático, según el nivel y unidad correspondiente. A esto se agrega la revisión de dos textos del estudiante que se utilizan en el nivel indicado y que tiene a su haber el tema de análisis.

Capítulo III: la revisión epistemológica del tema ángulos entre paralelas cortadas por una **secante**. La revisión de la evolución del tema se inicia con Euclides, quien en su obra Los **E**lementos describe el postulado que da inicio a la revisión.

Capítulo IV: en este capítulo se presentan los lineamientos de la Teoría antropológica de lo Didáctico (TAD), que fundamenta la investigación, teniendo presente que la acción se desarrolla como actividad humana, lo que hace pertinente la revisión de las organizaciones Matemáticas y Didácticas,

Capítulo V: la metodología, de carácter cualitativo descriptiva, es la que se desarrolla en este capítulo, como también los procedimientos y antecedentes de la investigación respectiva, obteniendo así las producciones de los estudiantes, como el video de clases en que se desarrolló la actividad propiamente.

Capítulo VI: el análisis de la información obtenida, es lo que se desarrolla en este capítulo. La interpretación de los diferentes resultados, a la luz de la TAD, es parte fundamental de este capítulo. También la utilización de las matrices determinadas, son parte de este apartado.

Capítulo VII: en este capítulo se presentan las principales conclusiones y respuestas a los planteamientos propuestos al comienzo de la investigación; cumplimiento de objetivos y lineamientos futuros, asociados a la investigación realizada, así como también propuestas de mejora en la implementación.

Anexos: Finalmente se anexan las transcripciones de los videos de clases, con análisis y observaciones de la acción realizada.

Capítulo I

Problemática y objetivos

1.1 Problemática de Investigación

La observación de prácticas docente ha sido parte de mi desarrollo como profesional de la educación, el contacto con cada docente y el conocimiento de sus prácticas, me ha remitido a observar con especial interés el aprendizaje obtenido por los estudiantes en formación, precisamente en lo que se denomina desarrollo de Pensamiento Matemático, en función de las propuestas didácticas que plantean en situaciones de enseñanza, referidas a la resolución de problemas. Sin duda este ámbito del pensamiento matemático pone al docente en formación en una dualidad, dado que se puede situar la resolución de problemas, como un fin o como un medio, lo que trae efectos directos tanto en el diseño de la planificación como en implementación de las intervenciones didácticas en el aula.

A lo anterior se suma mi experiencia en la formación inicial de docentes, dado que he tenido la posibilidad de desarrollar cursos de los últimos niveles, especialmente para la mención en Matemática que los estudiantes obtienen al terminar el proceso de formación, me otorga la posibilidad de constatar las capacidades para la docencia que van obteniendo los estudiantes a medida que avanzan en su camino formativo docente. Entonces en contraste con lo que se observa en la práctica y la formación, focalizado en la habilidad resolución de problemas, me lleva a preguntarme, cuál es la o las estrategia(s) que los estudiantes en formación inicial utilizan para la enseñanza de la matemática, con el propósito de desarrollar esta habilidad. Una posible respuesta, estaría cifrada en el cómo aprendió cada uno a resolver problemas en la enseñanza primaria y secundaria (12 años de escolaridad) y que este “modelo” se replica, pese a los años de formación universitaria en donde aprenden los aspectos teóricos y didácticos del pensamiento matemático.

En este contexto de enseñanza aprendizaje de los profesores en formación, que continuamente observo, no tiene una correlación con lo que plantea Brousseau

> Un alumno no hace matemáticas si no plantea y no resuelve problemas. Todo mundo está de acuerdo con lo anterior. Las dificultades comienzan cuando se trata de saber cuáles problemas él debe plantearse, quién los plantea y cómo. (Brousseau, 2001, p.1)

La Reforma Educacional en Chile, especialmente a partir del año 2000, lleva a cabo transformaciones que involucran los énfasis en el proceso de enseñanza y aprendizaje. En la asignatura de matemática particularmente se destaca el desarrollo de habilidades, especialmente en lo referido a la resolución de problemas, actualmente en los planes y programas se plantea que:

> "Resolver problemas es tanto un medio como un fin para lograr una buena educación matemática. Se habla de resolución de problemas, en lugar de simples ejercicios, cuando el estudiante logra solucionar una situación problemática dada, sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir. A partir de estos desafíos, los alumnos primero experimentan, luego escogen o inventan estrategias (ensayo y error, metaforización o representación, simulación, transferencia desde problemas similares ya resueltos, etc.) y entonces las aplican. Finalmente comparan diferentes vías de solución y evalúan las respuestas obtenidas" (MINEDUC, 2015)

Así mismo Felmer, 2009 señala:

> En Chile los aprendizajes de matemática elemental de nuestros niños y niñas no son satisfactorios, como lo muestra los resultados de las pruebas Simce y las pruebas internacionales en las que nuestro país participa, esto ya es bien sabido. Las causas de estos resultados son múltiples y la mayoría apunta a elementos estructurales de nuestro sistema educacional, muchos de los cuales han sido advertidos por estudios internacionales entre los que se desataca el informe de la OECD de 2004 (Felmer, 2009, p. 10)

La situación se complejiza puesto que luego de la aplicación de la prueba INICIA 2014, aplicada a los egresados de Educación Básica, se muestran resultados muy por debajo de lo que se podría decir satisfactorio. De 876 estudiantes que rindieron la prueba de conocimiento pedagógicos, 600 de estos obtuvieron un rendimiento entre un 50% y 74,9%, mientras que en la prueba de conocimientos disciplinarios, de un total de 674 estudiantes que rindieron la prueba 467 estuvieron en agrupados en el intervalo de 50% y 74,9%.

Si bien los anteriores resultados están sobre una muestra y de una evaluación que tiene reparos (Huidobro, 2011), se convierte en un referente que indica la posible calidad de formación que tienen los futuros docentes de Educación general Básica.

Claramente estos resultados muestran que los ajustes y modificaciones planteados en la educación chilena, no están dando los frutos que se esperaban. En el mismo texto de Felmer (2009) se hace referencia a una serie de datos que justifican dicha postura. Fundamentalmente se afirma que:

- Los profesores chilenos poseen deficiencias en el dominio de la matemática (OCDE 2004, Larrondo et al 2007), a su vez también existe evidencia suficiente que para enseñar matemática elemental se requiere de preparación.
- Se requiere ampliar las oportunidades para adquirir el conocimiento pedagógico de la matemática que tienen los estudiantes de pedagogía en la enseñanza primaria. Los antecedentes recopilados en las universidades nacionales y que han sido recientemente publicados (Varas et al, 2008) permiten constatar de manera fundamentada lo que ya se sabía de oídas: los futuros profesores no están recibiendo la formación necesaria que les permita enseñar de manera efectiva la matemática del sistema escolar, no solo del segundo ciclo, sino también del primer ciclo.

En coherencia con lo planteado en los párrafos anteriores es posible cuestionar el quehacer de un profesor en formación inicial de enseñanza básica con mención en Matemáticas y preguntarse: ¿cuáles son las estrategias didácticas que planifican y aplican estudiantes en formación inicial de

Pedagogía General Básica con mención en Matemática para una clase basada en resolver un problema de Geometría?

1.2 Objetivos

Objetivo General

Analizar el diseño didáctico que realizan algunos estudiantes en formación inicial de pedagogía general básica, con mención en Matemática, para una clase basada en resolución de problemas en el ámbito de la Geometría.

Objetivos Específicos

1. Identificar y analizar las estrategias de solución que realizan los estudiantes de pedagogía general básica de 5º año, mención Matemática, para un problema geométrico.

2. Identificar y analizar las estrategias de enseñanza aprendizaje para la resolución de un problema de geometría, que implementan los estudiantes de 5º año de Pedagogía General básica, con mención en Matemática, con estudiantes de enseñanza básica, en el ejercicio de su práctica profesional.

Capítulo II
Antecedentes

En este capítulo se exponen aspectos centrales de las investigaciones que evidencian el comportamiento de la formación de docentes en la asignatura de matemática, principalmente en torno a la resolución de problemas; algunas evaluaciones en las que participa Chile tanto a nivel nacional como internacional que dan cuenta de los dominios de los estudiantes de primaria; además de la revisión de algunos textos escolares utilizados para la enseñanza, así como los programas de estudio del sistema escolar, en donde se involucra específicamente el objeto matemático estudiado.

2.1 Antecedentes relacionados con la problemática

A continuación se presentan antecedentes asociados a diferentes dimensiones con los que se relaciona la problemática

2.1.1 Antecedentes relacionados con el significado de resolución de problemas

Para la enseñanza aprendizaje de matemática el Ministerio de Educación chileno propone un currículo basado en el desarrollo de cuatro habilidades, se plantea (MINEDUC 2015): modelar, argumentar y comunicar, representar y la Resolución de Problemas. Esta última habilidad se puede considerar como la articuladora, aun cuando las cuatro habilidades están relacionadas, el énfasis radica en la resolución de problemas considerado como un método integral, puesto que del momento que se propone como un fin o como un medio, se está orientando hacia la matemática que se enseña y aprenden los estudiantes, permitiendo a su vez al docente decidir estrategias o métodos para su enseñanza.

De acuerdo con la habilidad de resolución de problemas, Oliver (2009) plantea que lo central de la enseñanza de la matemática radica en comprenderla como una acción creativa y generadora, un hacer contextualizado que se realiza con otros y que permite conjeturar, probar y refutar:

> La idea de la enseñanza de la matemática que surge de esta concepción es que los estudiantes deben comprometerse en actividades con sentido, originadas a partir de situaciones problemáticas. Estas situaciones requieren de un pensamiento creativo, que permita conjeturar y aplicar información, descubrir, inventar y comunicar ideas, así como probar esas ideas a través de la reflexión crítica y la argumentación. (Oliver et al, 2009, p.2).

La potencialidad que tiene la resolución de problemas para el desarrollo de habilidades cognitivas, la convierten en un agente fundamental para el aprendizaje en matemática, más aún porque involucra comunicar ideas fundadas en la reflexión argumentada y crítica en el marco se situaciones de clase que impliquen a los y las estudiantes, sus intereses y contextos.

Al respecto Oliver (2009) recoge los planteamientos de Stanic y Kilpatrick (1998) en tanto sostienen que la resolución de problemas como un concepto que genera una serie de significados, que pueden entenderse desde diversas perspectivas. Esta conceptualización puede sintetizarse en: resolver problemas como contextos de aprendizajes para la obtención de objetivos curriculares; resolver problemas como habilidad y resolver problemas como "hacer matemáticas".

En este sentido es posible afirmar que los docentes en formación requerirán conocer y reflexionar sobre las diversas concepciones de la resolución de problemas que están de fondo en las propuestas curriculares y, específicamente deberán recibir una enseñanza explícita sobre cuáles son las implicancias pedagógicas y didácticas de una u otra concepción; todo ello con el propósito de asegurar una enseñanza más efectiva de las matemáticas en el sistema escolar.

En torno a la resolución de problemas, George Polya (1945) publica su libro *How To Solve It*, en donde expone su propuesta estratégica para resolver problemas, la que consiste en cuatro momentos o fases: 1) Comprender el problema, 2) Concebir un plan, 3) Ejecutar el plan y 4) Examinar la solución. En resumidas cuentas, es posible decir que el trabajo de Polya alude a las características de un problema, además del impacto que genera la resolución de problemas para los procesos de enseñanza-aprendizaje. De allí que la resolución de problemas es concebida como una estrategia para llegar al resultado; como un proceso heurístico que intenta comprender el método por el que se soluciona un problema, más específicamente, las operaciones mentales que son útiles en este proceso. La propuesta de Polya estudia los métodos, independiente del tema tratado, teniendo la particularidad de ser aplicado a problemas de todo tipo.

En Barrantes (2006) se destaca a Allan Schoenfeld matemático norteamericano quien comenzó sus investigaciones luego de conocer la obra de Polya. Este matemático, si bien es cierto, tomó las ideas de Polya, llegó a la conclusión de que la heurística por sí sola no era suficiente, es decir, para que la resolución de problemas sea una estrategia efectiva, no basta solo con un método por el cual solucionar cierta situación, sino que existen también otros factores que tener en cuenta. Entonces, de acuerdo con lo anteriormente mencionado, Schoenfeld determina que los procesos de resolución de problemas, al ser más complejos, involucran otro tipo de elementos, incluso de carácter emocional, psicológico, afectivo, sociocultural, entre otros.

A partir de estas conclusiones, Schoenfeld establece la existencia de cuatro aspectos que influyen en el desarrollo de la resolución de problemas, estos se definen como: los recursos, las heurísticas, el control y el sistema de creencias. En primer lugar, los recursos pueden ser entendidos como los conocimientos previos o el capital cultural que cada uno de los estudiantes posee; las heurísticas son concebidas como las estrategias cognitivas que se ponen en juego a la hora de resolver un determinado problema; en tercer lugar el control, que se entiende como las estrategias metacognitivas que influyen en la resolución de un problema, y por último, el sistema de creencias, que tiene directa relación con la manera que un estudiante tiene para abordar un problema.

Entonces, es posible decir que para Schoenfeld, la resolución de problemas es concebida como un fin y a la vez un medio, es decir, como una aplicación pedagógica y un tratamiento pedagógico respectivamente. En este sentido, resulta importante destacar que el trabajo de Schoenfeld contempla en sus conclusiones el trabajo de Polya, pero agrega factores que dentro de su investigación no fueron incorporados, como los de tipo psicológico y otros. Es decir, “la trascendencia del trabajo de Polya radica en hacer evidente la importancia de resolver problemas como medio de crear conocimiento en matemáticas y sus posibilidades en el aprendizaje de esta disciplina” (Barrantes, 2008, p. 1,2), dejando a un lado otros factores que sí inciden en el desarrollo de los estudiantes y en su manera de enfrentarse a distintas situaciones que les corresponde resolver.

Ahora bien, los Programas de Estudio de Quinto básico a Segundo de Enseñanza Media conciben la resolución de problemas como un medio y/o como un fin. En el sentido de la resolución de problemas como un fin, podemos considerar que se pretende desarrollar específicamente la capacidad de resolver cierta situación para determinado contexto; por otro lado, se espera el desarrollo de esta habilidad como medio en el sentido de comprender lo que subyace del problema, es decir, todo lo que involucra llegar a la solución de esta “situación problemática”.

2.1.2 Antecedentes sobre resultados obtenidos por estudiantes chilenos

El estudio PISA (*Program for International Student Assessment*), es un programa cooperativo de carácter cíclico, como lo plantea Rico (2006), con un sistema que permite determinar el estado de formación de jóvenes de alrededor de los 15 años, de los países que están vinculados a la OCDE. Este programa, como lo describe Rico (2007) propone generar indicadores de logros en educación, de modo que permita determinar acciones en pos de modificaciones de la educación del momento.

En el año 2003 en la prueba PISA incorpora la dimensión de Resolución de Problemas y la definen como:

- Capacidad que tiene una persona de emplear los procesos cognitivos para enfrentar y resolver situaciones reales para que el método de solución no resulta obvio de modo inmediato, y donde los conocimientos requeridos no se enmarcan dentro de una única área de Matemáticas, Ciencias o Lectura.

- Los estudiantes aprenden a resolver problemas a lo largo de todo el currículo: en Matemáticas, en Ciencias Naturales, en Ciencias Sociales y en muchas otras áreas de contenido.
- La capacidad de resolver problemas ofrece una base para el aprendizaje futuro de la persona, para una participación efectiva dentro de la sociedad y para la realización de las actividades personales.

Los resultados obtenidos por todas las naciones que participaron de esta medición en el año 2003; indican que en algunos países el 70% podía resolver problemas complejos, mientras que en otros era del 5%. En la mayoría de los países, más del 10% no pudo resolver los problemas que se les plantearon.

A partir del 2012 se complejiza el concepto de “Resolución de Problemas”, optando por:

> Capacidad que tiene una persona para comprometerse en procesos cognitivos que le llevan a comprender y resolver situaciones problemáticas para las que el método de solución no resulta obvio de modo inmediato. Incluye la voluntad de la persona involucrarse con estas situaciones hasta conseguir el desarrollo del propio potencial, como un ciudadano reflexivo constructivo.

La instancia de verificación de dominio que plantea PISA tiene una estructura que se basa, principalmente en la Resolución de Problemas y que para efectos de medición, Chile manifiesta un dominio que está por debajo de la media de los países participantes.

En igual contexto se desarrolla la prueba TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*), la que en su aplicación del año 2010 entrega resultados (2011), sobre una muestra de 5.835 estudiantes del país, que cursan el 8º año de Educación General Básica, el puntaje fue de 416 puntos, bajo la media de la prueba (500 puntos). Sin embargo, muestra una variación de 29 puntos, con respecto a la medición del año 2003, lo que indica un sostenido repunte (año 1999, 392 puntos).

El SIMCE (Sistema de Medición de la Calidad de la Educación), medición que se aplica periódicamente en Chile, en diferentes niveles y asignaturas relacionados con planes y programas vigentes, aporta indicadores que muestran el dominio, tanto de habilidades como de contenidos referentes para la evaluación de la educación en el país.

En el marco teórico que plantea la prueba SIMCE, aplicada en el año 2013, se destaca la relevancia para la resolución de problemas:

> En el razonamiento matemático, los estudiantes deberán poner en juego habilidades para resolver problemas rutinarios y no rutinarios; seleccionar procedimientos de solución; analizar datos; modelar y representar situaciones a través de ecuaciones y funciones; verificar la validez de conjeturas, y relaciones; argumentar afirmaciones utilizando el conocimiento matemático y comunicar conclusiones (SIMCE, 2013).

Los resultados de matemática obtenidos por los estudiantes muestran que no se producen variaciones significativas, produciéndose un fenómeno similar a las mediciones internacionales, lo que da entender una situación sostenida y que no despega en forma definitiva al mostrar variaciones que no son del todo significativas o que indiquen una tendencia definitiva.

Espinoza, Barbé y Galvez (2011), hacen referencia a los resultados obtenidos por los estudiantes de 8º año de enseñanza básica, especialmente en lo que se refiere a la resolución de problemas. Incluso citan problemas de la prueba SIMCE del curso indicado, por ejemplo, expone la siguiente situación: "¿Cuál es el área de una región rectangular si su largo es 60 cm y su ancho un tercio de la medida anterior?". Los resultados obtenidos por los estudiantes indican que esta fue respondida, correctamente, por el 30% de los estudiantes. Otro problema que presentan es: Un kilo de asado cuesta \$ 2.400. Si compro $\frac{3}{4}$ kg de asado, ¿cuánto pago?", en este caso solo el 45% respondió correctamente. La situación claramente muestra una deficiencia, considerando que los contenidos involucrados corresponden a cursos inferiores al nivel en el cual fueron evaluados, estos resultados se relacionan directamente con la habilidad de resolución de problemas, siendo esta, en gran medida, responsabilidad de la formación por parte del docente.

Curso	Puntaje	Variación	Comparación
4°	256	-5	↓
6°	250		Primera Vez
8°	262	3	•

• Sin variación, se mantiene el puntaje

↓ Variación significativa, descendente

Estos puntajes asociados a los rangos indicados por el Ministerio de Educación:

Nivel de logro	Avanzado	Intermedio	Inicial
	286 pts. o más	Entre: 233 y 285 pts.	232 pts. o menos

Estas verificaciones de aprendizajes se establecen desde la perspectiva curricular que se plantean para la enseñanza aprendizaje de la Matemática de los estudiantes de enseñanza general básica.

2.1.3 Antecedentes en relación a la formación de docentes

La investigación en resolución de problemas, al interior de la sala de clases por parte de los docentes, no ha tenido una apreciable repercusión en las aulas, donde se sigue empleando una metodología tradicional de enseñanza de los mismos (Martínez, 1998). Esto se verifica en las prácticas docentes en donde los mismos desarrollan la resolución de problemas – ejercicios, los que son modelados por los docentes indicando la técnica utilizada de modo que esta sea replicada en situaciones similares, lo que se verificará a través de la evaluación correspondiente (Dumas, 1987).

Por otra parte, en Chile existen los estándares mínimos de formación de docente de enseñanza general básica, tanto para los contenidos didácticos, pedagógicos como de dominio disciplinar. Para lo cual se han impulsado algunas acciones concretas de evaluación de dicho estándares. Los resultados entregados por el Ministerio de Educación, correspondientes a la medición realizada en el año 2014, en la cual participaron 2.707 estudiantes egresados correspondientes a las carreras de Educación Básica, Educación Parvularia y de Educación Media.

A continuación se muestran resultados de la evaluación realizada el 2014 específicamente a los estudiantes que participaron de Pedagogía de Educación Básica, es importante indicar que esta evaluación es una evaluación transitoria hacia un sistema de evaluación obligatorio que se utilizará para determinar el estado de formación inicial docente. También es importante destacar que la Universidad en donde se realiza la investigación, la muestra, que participa, cumple con los requerimientos de participación, que se considera superior a diez estudiantes.

- Logro por tipo de conocimiento evaluado en pruebas de conocimientos disciplinarios

Número de estudiantes	Didáctico	Disciplinar
675	70,77%	63,61%

Se destaca la situación de que los egresados, presentan un dominio superior en el aspecto didáctico que en el disciplinar.

- Logro de habilidades cognitivas en pruebas de conocimiento disciplinar, los resultados obtenidos son:

	Habilidad cognitiva		
Número de estudiantes	Conocer	Comprender	Analizar y utilizar el conocimiento
675	60,78%	72,16%	66,89%

Considerando que la resolución de problemas, como habilidad de pensamiento, se clasifica en las correspondientes a orden superior, para este caso sería el nivel de *Analizar y utilizar el conocimiento*, el dominio que se plantea (66,89), levemente superior al 60%, considerando que habitualmente esto se transforma en la calificación cuatro, lo que implica que el dominio, en este nivel cognitivo es suficiente.

- Logro por habilidades cognitivas en pruebas de conocimientos pedagógicos, los resultados obtenidos son:

	Habilidad cognitiva		
Número de estudiantes	Conocer	Comprender	Analizar y utilizar el conocimiento
876	66,90%	69,88%	74,02%

Considerando el último nivel que se indica, respecto a los conocimientos pedagógicos, este es el que se destaca por sobre los restantes, considerando que para la resolución de problemas, un aspecto clave es la comprensión del mismo.

Dados los resultados anteriores completamos los antecedentes en relación a la formación de docentes:

Peen (2014) señala que…requiere de dominio de la habilidad de resolver y más aún de poder enseñar en dicha habilidad, por lo que los profesores deben inspirar para que los estudiantes sean capaces de adquirir dicha habilidad, de modo que puedan demostrar que la estrategia funciona.

Pascual, Llobel y Navarro (1992) señalan que la formación inicial presenta dificultades y destacan tres ámbitos relacionados con la trayectoria de los futuros docentes; la personal, escolar y académica, la investigación realizada confirma la relación entre formación inicial y el desempeño profesional, en donde la primera está asociada a condiciones institucionales y laborales. Por lo cual, a partir de esto se puede inferir que la tendencia de los docentes en formación inicial es enseñar como estos aprendieron en la formación escolar.

Esta tendencia a centrar la problemática de la enseñanza – aprendizaje principalmente en los conocimientos capacidades y habilidades del alumnado, minimizando la influencia del modelo de enseñanza, se encuentra bastante extendida entre el profesorado (Martínez, García, Mondelo y Vega, 1993; Oñorbe y Sánchez, 1996). Su falta de conocimiento teórico, el escaso dominio del cálculo matemático, la incomprensión del enunciado... son causas de tal fracaso (Gil y Martínez-Torregrosa, 1984), mientras que la influencia del proceso de enseñanza es, a menudo, desestimada (Oñorbe y Sánchez, 1996).

Por ello, la formación docente ha de favorecer el imprescindible «cambio didáctico» en el profesorado –en ejercicio o en formación – a partir del cuestionamiento de sus propias ideas (Furió, 1994; Hewson y Hewson, 1987).

En la investigación "La resolución de problemas en la Matemática escolar y en la formación inicial Docente", proyecto de investigación FONIDE F721209 (2014), para la formación de profesores de enseñanza media, las conclusiones que exponen son relevantes y pertinentes para tener en consideración, las cuales son:

- Frente a la resolución de problemas con múltiples soluciones, los docentes presentan limitaciones en el uso de heurísticas
- Un número considerable de ellos cree resolver un problema cuando encuentra una solución o sólo algunas, sin plantearse encontrarlas todas.
- Lo observado en las prácticas pedagógicas, los docentes ofrecen pocas oportunidades para que sus alumnos se conviertan en resolutores de problemas, ya que la mayor parte de las actividades matemáticas que se proponen son tratadas como ejercicios.

Una de las acciones llevadas a cabo en la investigación (FONIDE 2011), consistió en proponer problemas para su resolución, llama la atención que el 33%, de 30 profesores, solo se concentraran en obtener una solución para los problemas, siendo que estos, tenían más de una.

Esto muestra que la habilidad de resolución de problemas está supeditada a una reflexión de carácter memorística y mecánica, en la misma investigación y como reforzando esta inferencia cito los comentarios de profesores que me parecen relevantes y representan la problemática en cierta medida;

- *Me sentí bastante insegura, ya que a uno de los problemas le encontré más de una respuesta correcta, cosa que no es muy común en mi cotidianeidad, y además utilicé el "ensayo y error", que tampoco es habitual.*
- *Me fue muy agradable, pues la verdad es que hace mucho que no resolvía un tipo de problema así, creo que ni siquiera en la universidad, fue un desafío haber encontrado las soluciones, a través de distintas estrategias.*

2.1.4 Análisis del Programa de Estudio

Las diferentes propuestas de trabajo que se plantean en lo programas de estudio vigente del Ministerio de Educación Chilena, también es un fuente de análisis, más aún cuando se plantea la resolución de problemas como una de las habilidades fundamentales a desarrollar en los estudiantes, por tanto se realizará una revisión y análisis del tipo descriptivo de los programas vigentes que propone el MINEDUC para el nivel de sexto año básico, en función de la enseñanza de la Geometría, específicamente para el tema de ángulos entre rectas paralelas y una recta secante.

Los programas que se proponen para la enseñanza y aprendizaje de la matemática, por parte del Ministerio de Educación (MINEDUC), plantean una distribución por ejes temáticos principales, en donde el eje relacionado con Geometría y Medidas, es el que considera el concepto ángulos formado por rectas paralelas cortadas por una recta secante. Específicamente corresponde a la unidad número tres del sexto año de enseñanza general básica.

> Es propósito de esta unidad que los estudiantes profundicen el concepto de ángulo, construyéndolo mediante transportador o con regla y compás, también mediante la identificación de ángulos congruente en rectas paralelas cortadas por una transversal o mediante ángulos opuestos por el vértice (MINEDUC, 2013, p 101)

La unidad está propuesta para ser implementada en setenta horas pedagógicas, teniendo una composición de diez Objetivos de Aprendizajes (OA), con sus respectivos indicadores de evaluación, de estos se desprende el OA 21 que dice:

> Calcular ángulos en rectas paralelas cortadas por una transversal y en triángulos (MINEDUC, 2013, p 104)

Además, propone el desarrollo de determinadas habilidades: Argumentar y comunicar, Modelar, Representar y Resolver problemas, en este último se sugiere una secuencia de pasos: entender, planificar, hacer y comprobar, que tiene clara similitud a lo que plantea Polya, para ello se proponen actividades a desarrollar con los estudiantes.

En los programas de estudio se proponen actividades a los docentes, para ejecutar con sus estudiantes. En el cuadro siguiente se muestra lo que se propone a los docentes como actividades asociadas al OA 21 en la página 120. De forma paralela se muestran algunas observaciones que se realizan a esta propuesta, desde la perspectiva de la resolución de problemas como un medio para generar aprendizajes Matemáticos y de como se propone realizar la tarea incluidos en los indicadores de evaluación.

Se propone en programa	Comentarios y observaciones
Actividad 7: Se muestra una figura conformada por dos rectas paralelas cortadas por una transversal, en la que se solicita establecer 10 relaciones entre los ángulos que se forman, principalmente de equivalencia, suplementarios, opuestos por el vértice, alternos internos y externos	La tarea que se plantea realizar, está relacionada con la acción de resolver un ejercicio asociado a reconocer ángulos entre paralelas, evocando definiciones y descripciones de situaciones semejantes, ya tratadas a modo de ejemplos.
Actividad 8: Se muestra una figura de un paralelogramo, al cual se solicita calcular la medida de todos sus ángulos; interiores, exteriores, para lo que se entrega la medida de uno de ellos. Se plante una observación al docente en donde se le indica que oriente a los estudiantes haciendo prolongaciones de los lados del paralelogramo para que así pueda relacionarlo con ángulos entre paralelas cortadas por una transversal	En esta actividad la tarea a realizar es menos directa que la planteada anteriormente, en esta el estudiante, además de establecer la relación correspondiente entre los ángulos, lo que está asociado a las propiedades del paralelogramo y de las condiciones de los ángulos interiores de un paralelogramo, debe desarrollar operaciones matemáticas, que le permitan determinar los valores de los ángulos restantes. En este caso se estaría en presencia de la resolución de un problema como un fin en sí mismo.

Respecto a la propuesta evaluativa, que se plantea, está asociada directamente con el nivel cognitivo, planteado en los OA, es decir se solicita realizar una actividad reproductiva, similar a la que se propuso como actividad de clases.

Indicadores de evaluación propuestos para el OA 21

- Identifican ángulos de igual medida que se forman en rectas paralelas cortadas por una transversal y demuestran esta igualdad usando traslaciones
- Identifican ángulos suplementarios en un sistema de rectas paralelas por una transversal
- Identifican rectas paralelas en polígonos y calculan ángulos interiores de estos polígonos
- Resuelven problemas relativos a cálculos de ángulos en paralelogramos.

2.1.5 Análisis de textos escolares

Es común en los establecimientos escolares la utilización de textos escolares, en esta investigación se consideraron dos textos, que están habilitados por el Ministerio de Educación Chileno, para el nivel que se indica, considerando le planteamiento de ángulos entre rectas paralelas cortadas por una secante, con el objeto de analizar la propuesta de enseñanza – aprendizaje que se hace sobre el tema.

Para ello se considerará algunos elementos de la metodología utilizada por Astudillo y Sierra (2004) en un estudio que lleva por título: Metodología de análisis de libros de texto de Matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX, en dicho estudio se establecen una clasificación de textos escolares:

- Expositivo
- Tecnológico
- Comprensivo

De esta forma se realizará una descripción del texto, de acuerdo a esta clasificación, en lo que se refiere a contenidos y actividades propuestas.

2.1.5.1 Texto 1: El primer texto seleccionado corresponde al presentado por la editorial Galileo, el que contempla: “Texto para el estudiante”, para el nivel de 6º año básico cuya licencia editorial corresponde a los autores; Houghton, Mifflin, Harcourt, 2014, que tuvieron su adaptación para el país, por equipos de docentes nacionales, a través de la editorial mencionada.

El texto es acompañado por una guía para el maestro y dos cuadernillos de problemas y ejercicios para la práctica de los estudiantes.

Principalmente se revisará la propuesta del texto para el estudiante, en función del tema de ángulos entre paralelas cortadas por una secante. En el texto lleva por titulo ángulos entre paralelas; se proponen al estudiante las definiciones correspondientes a Transversal, ángulos interiores, ángulos correspondientes, todo esto en asociación con figuras que representan las definiciones planteadas.

Ángulos entre paralelas

Una línea que se intersecta con dos o más líneas se llama **transversal**.

Los ángulos formados dentro de las dos líneas paralelas se llaman **ángulos interiores** y los ángulos formados fuera de las dos líneas paralelas se llaman **ángulos exteriores**. Los ángulos 3, 4, 5 y 6 son ángulos interiores. Los ángulos 1, 2, 7 y 8 son ángulos exteriores.

Los **ángulos correspondientes** son ángulos que aparecen en la misma posición en relación con una línea transversal y con las líneas que esta línea intersecta. Los ángulos correspondientes son congruentes cuando las líneas que intersecta la línea transversal son paralelas.
En la figura 1, ∡1 y ∡5, ∡3 y ∡7, ∡2 y ∡6 y ∡4 y ∡8 son pares de ángulos correspondientes.

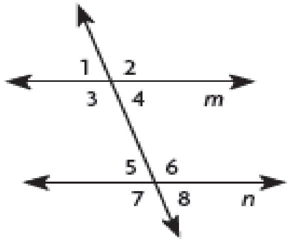


Figura 1

En una segunda imagen se desarrolla lo concerniente a los ángulos alternos, que al igual que en la imagen anterior, se muestra la posición, de los ángulos mencionados, en alusión a una posición relativa de las rectas mostradas.

La información planteada está asociada a la técnica de reproducción, en donde el estudiante deberá asociar lo mostrado con situaciones similares.

Los ángulos interiores ubicados en los lados opuestos de la línea transversal se llaman ángulos alternos internos. Los ángulos alternos internos son congruentes cuando las líneas que intersectan la línea transversal son paralelas. En la figura 2, los ángulos 2 y 7 y los ángulos 4 y 5 son pares de ángulos alternos internos.

Los ángulos exteriores ubicados en los lados opuestos de la línea transversal se llaman ángulos alternos externos. Los ángulos alternos externos son congruentes cuando las líneas que intersectan la línea transversal son paralelas. En la figura 2, los ángulos 1 y 8 y los ángulos 3 y 6 son pares de ángulos alternos externos.

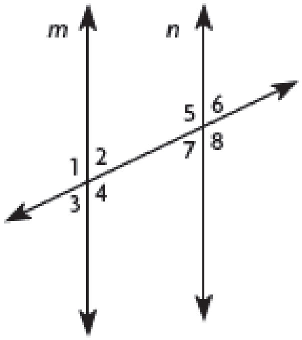


Figura 2

Esto se concretiza con una ejemplificación, de modo que permita, en el estudiante, futuras acciones de determinar ángulo en situaciones y condiciones planteadas como tal en la pagina 178, en el que se presenta un ejemplo similar a las figuras que se utilizaron para las definiciones.

Ejemplo Observa la figura 3. Las líneas m y n son paralelas.

Si $m\measuredangle 3 = 65°$, halla $m\measuredangle 5$.

$\measuredangle 3$ y $\measuredangle 7$ son ángulos correspondientes; entonces $m\measuredangle 7 = 65°$.

$\measuredangle 5$ y $\measuredangle 7$ son ángulos que suman 180º; entonces $m\measuredangle 5 = 180° - 65° = 115°$.

Entonces, $m\measuredangle 5 = 115°$.

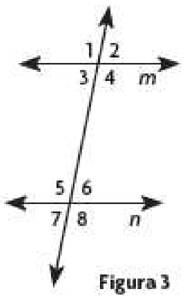


Figura 3

Idea matemática
Dos ángulos son suplementarios cuando la suma de sus medidas es igual a 180º
Ejemplo:
$\measuredangle A = 150°$
$\measuredangle B = 30°$
$\measuredangle A + \measuredangle B = 180°$

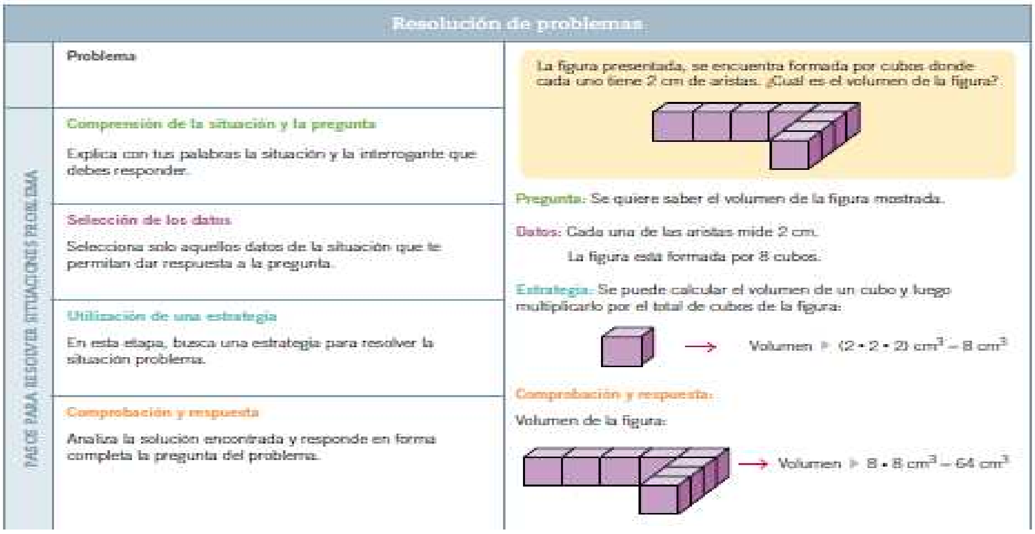
Por lo tanto la tarea se trasunta en aplicar técnicas determinadas y propuestas por el texto, considerando las definiciones planteadas y ejemplos mostrativos.

2.1.5.2 Texto 2: El segundo texto por revisar corresponde a “Matemática 6º básico tomo II”, de la editorial Santillana, 2013, dirigido editorialmente por Rodolfo Hidalgo Caprile.

La colección contempla el Tomo I y el tomo II, los cuales fueron revisados y validados por el centro Felix Klein perteneciente a la Universidad de Santiago de Chile.

La secuencia manifiesta como aspecto esencial a considerar la resolución de problemas, esto como elemento articulador para desarrollar el aprendizaje de Matemática en los estudiantes que utilizan este texto.

En la propuesta del texto, se observa una intencionalidad de contextualizar las propuestas de aprendizaje, desarrollando situaciones que en forma particular presentan las problemáticas utilizándolas como un medio para generar aprendizaje e instalando una definición propia de la situación planteada.

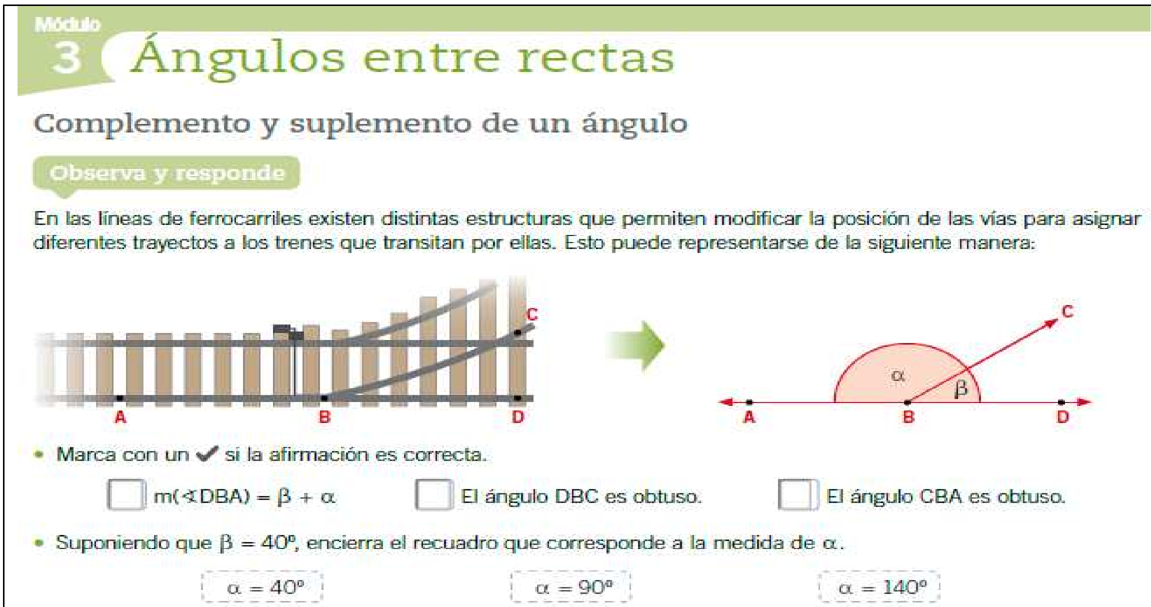


Resolución de problemas

PASOS PARA RESOLVER SITUACIONES PROBLEMA

Problema	La figura presentada, se encuentra formada por cubos donde cada uno tiene 2 cm de aristas. ¿Cuál es el volumen de la figura?
Comprensión de la situación y la pregunta Explica con tus palabras la situación y la interrogante que debes responder.	**Pregunta:** Se quiere saber el volumen de la figura mostrada.
Selección de los datos Selecciona solo aquellos datos de la situación que te permitan dar respuesta a la pregunta.	**Datos:** Cada una de las aristas mide 2 cm. La figura está formada por 8 cubos.
Utilización de una estrategia En esta etapa, busca una estrategia para resolver la situación problema.	**Estrategia:** Se puede calcular el volumen de un cubo y luego multiplicarlo por el total de cubos de la figura: → Volumen ▸ $(2 \cdot 2 \cdot 2)\ cm^3 = 8\ cm^3$
Comprobación y respuesta Analiza la solución encontrada y responde en forma completa la pregunta del problema.	**Comprobación y respuesta:** Volumen de la figura: → Volumen ▸ $8 \cdot 8\ cm^3 = 64\ cm^3$

En la página 194, se hace presente la situación de rectas paralelas y de los posibles ángulos que se determinen de acuerdo a sus posiciones en el plano



Módulo 3

Ángulos entre rectas

Complemento y suplemento de un ángulo

Observa y responde

En las líneas de ferrocarriles existen distintas estructuras que permiten modificar la posición de las vías para asignar diferentes trayectos a los trenes que transitan por ellas. Esto puede representarse de la siguiente manera:

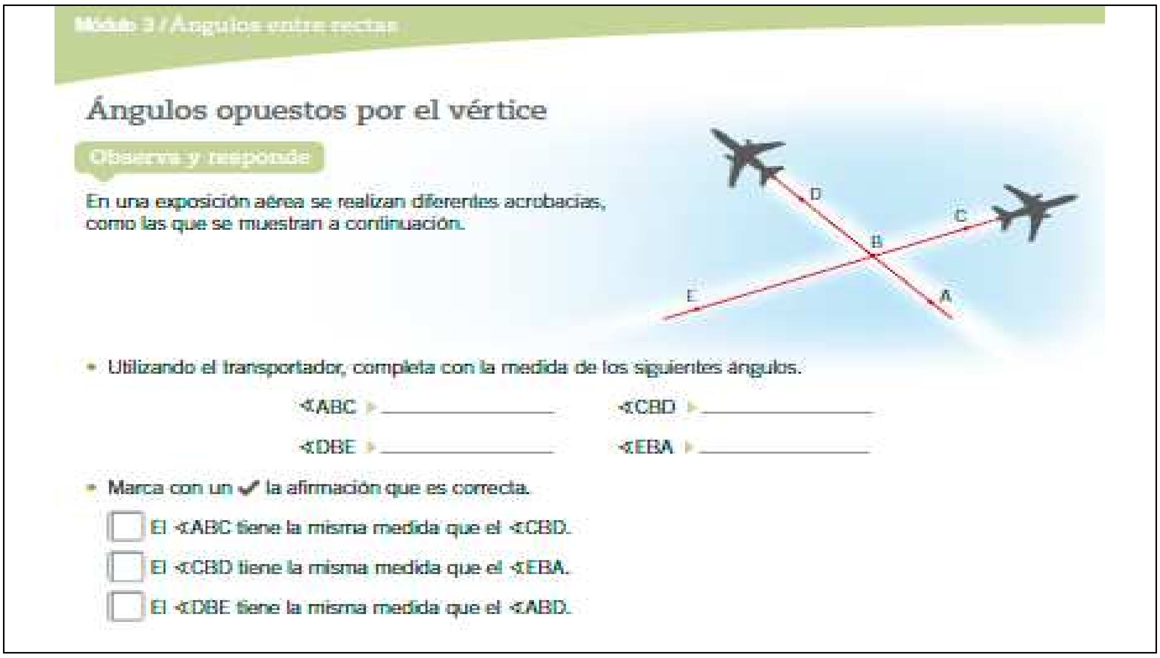
- Marca con un ✔ si la afirmación es correcta.

☐ m(∢DBA) = β + α ☐ El ángulo DBC es obtuso. ☐ El ángulo CBA es obtuso.

- Suponiendo que β = 40º, encierra el recuadro que corresponde a la medida de α.

α = 40º α = 90º α = 140º

El texto presenta la información recreando algunas situaciones de forma muy especial y conveniente para el propósito de enseñanza, pero que ilustran los conceptos esenciales para el desarrollo del aprendizaje.
Mientras que en la página 196, se utiliza igual estrategia de presentación de concepto, esta vez para los ángulos opuesto por el vértice



Módulo 3 / Ángulos entre rectas

Ángulos opuestos por el vértice

Observa y responde

En una exposición aérea se realizan diferentes acrobacias, como las que se muestran a continuación.

- Utilizando el transportador, completa con la medida de los siguientes ángulos.

∢ABC ▸ ______ ∢CBD ▸ ______

∢DBE ▸ ______ ∢EBA ▸ ______

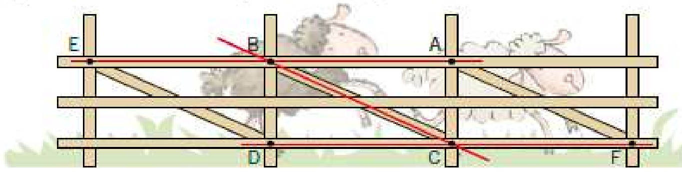
- Marca con un ✔ la afirmación que es correcta.
  - ☐ El ∢ABC tiene la misma medida que el ∢CBD.
  - ☐ El ∢CBD tiene la misma medida que el ∢EBA.
  - ☐ El ∢DBE tiene la misma medida que el ∢ABD.

En la página 198, se plantea la situación de ángulos entre rectas paralelas intersectadas por una transversal. De similar, que las páginas citadas anteriormente, se recrea una situación particular en donde se trata de contextualizar la situación a la cual se hará referencia.
La figura que se identifica, permitirá idealizar la situación de los ángulos, relacionando el lenguaje natural a representaciones numéricas.

Ángulos entre rectas paralelas intersectadas por una transversal

Observa y responde

Un campesino diseña una cerca para un corral de animales. Utiliza listones que distribuye en forma horizontal separados por la misma distancia, y en forma diagonal, como se muestra en la imagen:



Educando en valores

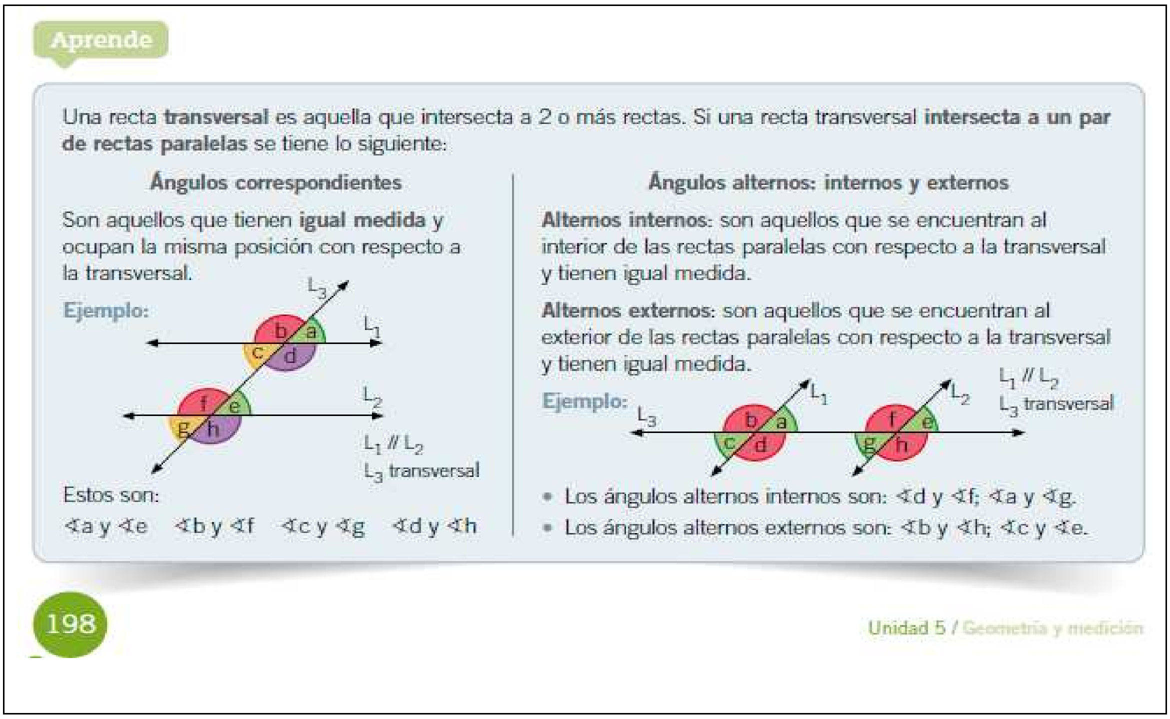
Los animales domésticos pueden ser de gran ayuda, por eso debemos cuidarlos y protegerlos.

- Marca con un ✔ si la afirmación es correcta.
  - ☐ Los listones puestos de forma horizontal son paralelos entre ellos.
  - ☐ Los listones puestos de forma horizontal son paralelos a los listones puestos de forma vertical.
- Utilizando un transportador, completa con la medida del ángulo pedido en cada caso.

m(∢CBA) = ______ m(∢BCD) = ______ m(∢FCB) = ______ m(∢EBC) = ______

Si bien los autores relacionan una situación común del campo, los elementos geométricos (ángulos), se mantienen desde la perspectiva de presentarlos mediante una definición que subyace a las características que este debe tener para identificarse como tal.

En el cuadro siguiente, los autores, formalizan las diferentes definiciones existentes para cada uno de los ángulos que se forman en rectas paralelas cortadas por una transversal. Este tipo de “resúmenes” o téngase presente, es bastante recurrente y se plantean con el propósito de sistematizar y minimizar la información y que esta se encuentre para una aplicación de carácter rutinario y repetitivo, de modo que se instale como una destreza, para que este pronta a ser aplicada.



Aprende

Una recta **transversal** es aquella que intersecta a 2 o más rectas. Si una recta transversal **intersecta a un par de rectas paralelas** se tiene lo siguiente:

Ángulos correspondientes

Son aquellos que tienen **igual medida** y ocupan la misma posición con respecto a la transversal.

Ejemplo:

Estos son:

∢a y ∢e   ∢b y ∢f   ∢c y ∢g   ∢d y ∢h

Ángulos alternos: internos y externos

Alternos internos: son aquellos que se encuentran al interior de las rectas paralelas con respecto a la transversal y tienen igual medida.

Alternos externos: son aquellos que se encuentran al exterior de las rectas paralelas con respecto a la transversal y tienen igual medida.

Ejemplo:

- Los ángulos alternos internos son: ∢d y ∢f; ∢a y ∢g.
- Los ángulos alternos externos son: ∢b y ∢h; ∢c y ∢e.

198

Unidad 5 / Geometría y medición

Teniendo como referencia a González y Sierra (2004), quienes presentan un estudio en donde se elabora un instrumento para el análisis de textos, definiendo dimensiones agrupadas en cuatro categorías. Cada dimensión considera tres modalidades lo que permite clasificar los textos en tres perfiles según el dominio de la modalidad utilizada; estos son *Expositivo, Tecnológico* y *Comprensivo*.

Los textos chilenos presentados en los párrafos anteriores se ubicarían en las siguientes categorías:

Texto 1, del año 2014 llamado: Matemática 6º básico de los autores Houghton, Mifflin, Harcourt de la editorial Galileo, es modalidad *Expositiva* ya que:

El texto se desarrolla desde la propuesta de la definición de conceptos como el de ángulos entre rectas paralelas y la de los diferentes ángulos que se obtienen al realizar la intersección entre las rectas paralelas y la recta secante.
La propuesta está totalmente desconectada de la realidad, planteándose con una estructura matemática deductiva, para luego llevar desarrollar ejemplos que permita emular futuros ejercicios similares. La estructura del texto, por lo menos para este tema es de carácter prescriptivo, lo que conlleva a obtener

aprendizajes del tipo memorísticos, no existiendo comprensión de los conceptos tratados.

Texto 2, del año 2013 llamado: Matemática 6º básico tomo II, dirigido, editorialmente por Rodolfo Hidalgo Caprile, se perfila en la modalidad *Comprensivo* ya que; el texto hace una proposición de la matemática para entender la realidad, en donde se experimenta con situaciones de la vida diaria, de modo que permite construir redes conceptuales, constatando la relación que se presenta entre los distintos contenidos involucrados, con el sentido de lograr otorgar un sentido al aprendizaje de la matemática, comprendiendo la construcción de conceptos y reglas.

En ambos textos se presenta la situación de: ángulos formados por rectas paralelas y una transversal, como una sucesión de definiciones y ejemplificaciones, para que estas sean replicadas en similares situaciones, en donde la argumentación para la resolución de problemas y ejercicios está supeditado a la organización planteada por los textos mostrados.

Capítulo III

Objeto matemático

El estudio se desarrolla en la resolución de un problema de geometría que involucra como temática la determinación del valor de ángulos en paralelogramos. En este contexto se precisa el referido a: rectas paralelas cortadas por una recta secante, tema que se relaciona con las acciones didácticas de los estudiantes en formación inicial docente, del cual se revisarán las principales definiciones y teorema que da cuenta del corolario proveniente del quinto postulado de Euclides.

3.1 Algunas ideas de la epistemología del objeto matemático

El contenido ángulos que se forman entre rectas paralelas cortadas por una secante, proviene de uno de los postulados que plantea Euclides, en su obra “los elementos”.

Corresponde al quinto postulado que según Gredos (1991, p. 52) dice:

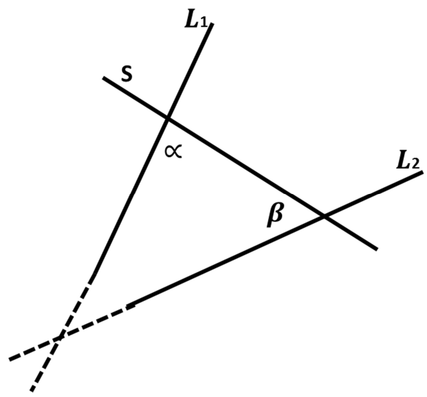
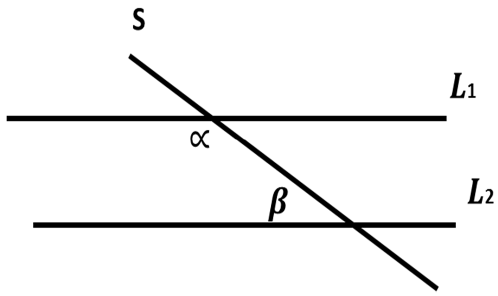
> Si una línea recta al caer sobre dos rectas hace los ángulos interiores de un mismo lado menores que dos ángulos rectos, entonces las dos rectas, si son prolongadas indefinidamente, se encontrarán por el lado en el que están los ángulos menores que dos rectos.

De similar forma se plantea la situación de la intersección de tres rectas en el plano. En el texto “Historia de la Matemática” de Boyer, 2010, se describe la historia de la geometría, específicamente en el capítulo VIII, hace mención a Euclides de Alejandría en donde se identifican los trece libros o capítulos, en los que inicialmente desarrolla una serie de definiciones, para luego plantear postulados, en donde específicamente el numerado como quinto, hace mención sobre la situación de dos rectas cortadas por una secante:

> Si una línea recta corta a otras dos líneas rectas formando con ellas ángulos interiores del mismo lado menores que dos ángulos rectos, las

dos líneas rectas prolongadas indefinidamente, se cortan del lado por el cual los ángulos son menores que dos ángulos rectos. (Boyer, 2010)

En ambos planteamientos, la relación de los ángulos que se forman, determinan dos situaciones específicas:

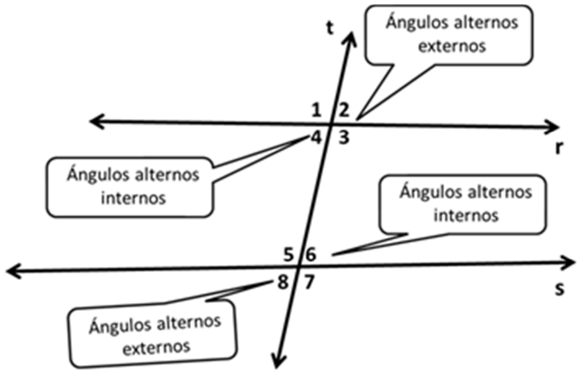
<table>
<tr>
<td>1) Si la suma de las medidas de los ángulos: $\alpha + \beta < 90°$, al continuar las rectas L_1 y $L_{2,}$ se obtiene una figura de forma triangular.
Axioma de Euclides</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>2) Si la suma de las medidas de los ángulos $\alpha + \beta = 180°$, se determina que las rectas L_1 y L_2, son paralelas.
Corolario al Axioma de Euclides</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

El punto 2, indicado anteriormente, también se le conoce como Corolario de la propuesta número 1.

Entonces al ser los ángulos $\alpha\ y\ \beta$, suplementarios, las rectas son paralelas y que al cortarse con la recta secante S se obtienen una serie de ángulos, asociados a la figura indicada.

3.2 Estatus actual del objeto matemático

Si se tienen dos rectas paralelas que son cortadas por una secante se obtienen ocho ángulos que se definen como:



- Los pares de ángulos 2,8 y 1,7 se denominan **ángulos alternos externos** entre las rectas **s** y **r** cortadas por la **secante t.**
- Los pares de ángulos 3,5 y 4,6 se denominan **ángulos alternos internos** entre las rectas **s** y **r** cortadas por la **secante t.**
- Los pares de ángulos 1,5; 4,8; 2,6 y 3,7 se denominan **ángulos correspondientes** entre las rectas **s** y **r** cortadas por la **secante t.**
- Los pares de ángulos 4,5 y 3,6 se denominan **ángulos conjugados internos** entre las rectas **s** y **r** cortadas por la **secante t.**
- Los pares de ángulos 1,8 y 2,7 se denominan **ángulos conjugados externos** entre las rectas **s** y **r** cortadas por la **secante t.**

Teorema: Los ángulos alternos internos formado por dos rectas paralelas y una secante, son congruentes.

Demostración:

Dadas las rectas *s* y *r* y la secante *t*, se tiene que:

a) $\measuredangle 1$ y $\measuredangle 5$, son ángulos correspondientes entre paralelas, entonces:

$$m\measuredangle 1 = m\measuredangle 5.$$

b) $\measuredangle 1$ y $\measuredangle 4$, son ángulos suplementarios, entonces

$$m\measuredangle 1 + m\measuredangle 4 = 180°$$

c) $\measuredangle 5$ y $\measuredangle 6$, son ángulos suplementarios, entonces

$$m\measuredangle 5 + m\measuredangle 6 = 180°$$

d) Reemplazando $\measuredangle 1$ por $\measuredangle 5$, en $m\measuredangle 5 + m\measuredangle 6 = 180°$, se obtiene:

$$m\measuredangle 1 + m\measuredangle 6 = 180°$$

e) Igualando b) con d) se tiene que $m\measuredangle 4 = m\measuredangle 6$

En similar forma se demuestra que $m\measuredangle 5 = m\measuredangle 3$

Capítulo IV
Marco teórico

La problemática planteada está inserta en el marco de la formación inicial de profesores de educación básica con mención en matemáticas, para ello se consideró un estudio de casos, en donde la investigación se focalizó en el último curso, correspondiente a la práctica profesional en una universidad chilena. La situación de análisis es en la acción de práctica profesional, lo que permite tener la visión de las actividades en lo que se refiere a lo disciplinar y de la ejecución de actividad de clase, considerando como acción de realización la resolución de un problema de geometría. En este contexto de actividad humana, se considera la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Chevallard (1992, 1997, 1999, 2000), como el sustento teórico para la investigación.

4.1 La organización matemática

En Parra y Otero (2007), se plantea que la TAD es una teoría que sitúa la actividad matemática en el conjunto de las actividades humanas y de instituciones sociales. La praxeología que propone Chevallard (1999), considera los componentes esenciales, como *praxis* y *logos*, lo que evidentemente tiene directa relación con la situación de práctica profesional que deben desarrollar los estudiantes en formación docente, considerando con esto la Organización Matemática (OM), la que se refiere a la realidad matemática que se desea estudiar y que es el resultado de la construcción de la comunidad matemática y la Organización Didáctica (OD), quien describe la forma en que ocurre, indicando el proceso de estudio construcción del conocimiento, en un contexto que manifiesta una intencionalidad didáctica. Bajo esta estructura se puede identificar en qué medida, las praxeologías matemáticas y didácticas se corresponden y complementan.

En dichas praxeologías Matemáticas Bosch et al (2006) indica que el saber hacer es el que incluye el tipo de tareas (T) y cuestiones que se estudian, considerando para ello las técnicas (ô) que permiten resolver dichas tareas, las que normalmente se identifican con un verbo de acción. Para la acción del “saber” se sitúan los diseños que describen, explican y justifican las técnicas que se utilizan y que se denominan tecnologías (θ). En este mismo “saber” se indica un nivel en donde se encuentra la descripción, explicación y justificación que se llama teoría (Θ)

4.2 La organización del proceso de estudio

Se considerará la propuesta de Organización Didáctica (OD) de Chevallard (1999), en donde indica que el proceso de estudio se sitúa en un espacio determinado por seis momentos didácticos. Estos momentos didácticos, no necesariamente tienen una secuencia fija en su desarrollo, pueden estar en un orden diferente o simplemente manifestarse en forma simultaneas, lo que si se debe destacar que cada uno de los momentos tienen una función específica necesaria para desarrollar correctamente el proceso.

De acuerdo a Chevallard (1999), los momentos didácticos son:

El primer momento de estudio, tiene la intencionalidad de que los estudiantes entran en contacto con la OM propuesta. Esta situación puede experimentarla por primera vez o haberla realizado anteriormente, a modo de reencuentro, teniendo como propósito que permita encontrar la(s) tarea(s) que constituye la OM.

El segundo momento de estudio, se relaciona con la acción de exploración del tipo de tareas planteadas y de las posibles técnicas relacionadas a dichas tareas. Esta acción es relevante puesto que va un tanto más allá de la mera resolución del problema, tiene en sí la esencia de que la resolución de problemas será un medio para desarrollar matemática.

El tercer momento de estudio, este momento está directamente relacionado con los momentos, descritos anteriormente, puesto que se instala desde la constitución del entorno tecnológico – teórico, para explicarse la razón de que funcione de acuerdo a entorno tecnológico - teórico.

El cuarto momento de estudio, la eficacia y la fiabilidad de la técnica la que se coloca a prueba, con el propósito de que su eficacia sea a toda prueba, de modo que se convierta en una utilización casi automática.

El quinto momento, este momento está asociado a la institucionalización, en donde la técnica demuestra ser útil, quedándose en el repositorio de herramientas que puede ser utilizada cuando se estime pertinente, teniendo presente la tecnología que la justifica. Habitualmente esta acción es liderada por el profesor, pero es posible que el alumno la realice.

El sexto momento, este momento corresponde a la evaluación, tiene estrecha relación con el momento de la institucionalización, en este se evalúan los elementos de la praxeología construida, las tareas, técnicas y el discurso tecnológico ayuda a interpretar y justificar realmente las técnicas, es decir la realización de un balance.

Capítulo V
Método de investigación

Se realizó un estudio del tipo cualitativo descriptivo, para lo cual se consideró a dos estudiantes que cursaban el quinto año de formación inicial docente, de la carrera de pedagogía General Básica en una universidad chilena y que estaban en la etapa de práctica profesional de su carrera.

5.1 Tipo de metodología

La investigación se basa en el método de Estudio de Casos, como tal permitió comprender en profundidad los fenómenos educativos que se suceden en la formación de los estudiantes de dicha carrera. De esta forma nos permitirá realizar una descripción y análisis detallado de las prácticas didácticas de los estudiantes, como también de sus dominios disciplinares.

- Para Yin (1989) el estudio de caso consiste en una descripción y análisis detallados de unidades sociales o entidades educativas únicas.

- Para Stake (1998) es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias concretas.

La particularidad más característica de este método es el estudio intensivo y profundo de un/os caso/s o una situación con cierta intensidad, entiendo éste como un “sistema acotado” por los límites que precisa el objeto de estudio, pero enmarcado en el contexto global donde se produce (Muñoz y Muñoz, 2001)

5.2 Etapas del estudio

A continuación se describirán las etapas consideradas para llevar a efecto el estudio considerado:

5.2.1 Etapa 1: Selección del problema a resolver

El problema seleccionado es un problema de geometría, se optó por este problema ya que los estudiantes que participan del estudio, se encuentran desarrollando su trabajo de práctica en el nivel de sexto año de la educación general básica, unidad tres, objetivo de aprendizaje número 21.

Descripción del Problema:

El problema está compuesto por dos partes, en la primera el estudiante debe realizar una serie de plegados en un trozo de papel rectangular de aproximadamente ocho por quince centímetros, dichos pliegues determinan una figura geométrica compuesta por otras figuras a las que se solicita determinar la medida de cada uno de los ángulos que se forman

En base a dicho problema se plantea una Organización Matemática, que se describe a continuación.

5.2.1.1 Organización Matemática

La organización matemática asociada al problema, se presenta a continuación, esta, a su vez se convertirá en la matriz para el posterior análisis de las producciones de los estudiantes.

5.2.1.1.1 Tipo de Tarea:

Resolver un problema relativo a cálculo de ángulos en paralelogramos.

5.2.1.1.2 Técnica:

Identificación de ciertos elementos al remarcar los dobleces realizados estos son: ángulos de igual medida que se forman en rectas paralelas cortadas por una secante; ángulos suplementarios en un sistema de rectas paralelas cortadas por una secante; rectas paralelas en polígonos y calculan ángulos interiores de estos polígonos. En base a estos elementos calculan la medida de cada uno de los ángulos que se forman en la figura.

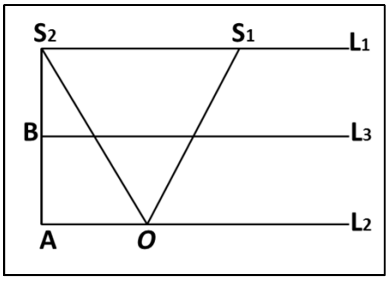


Figura 1: *Figura obtenida al remarcar los dobleces*

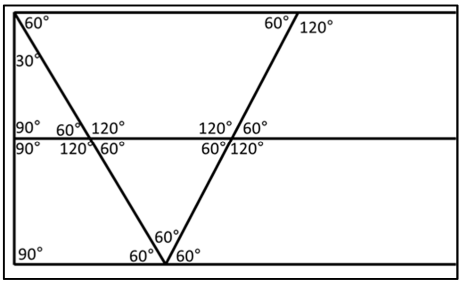


Figura 2: *Figura que muestra la medida de los ángulos*

5.2.1.1.3 Tecnología

Determina las medidas de los ángulos de acuerdo a las siguientes definiciones: Rotación de figuras en el plano; ángulos opuestos por el vértice tienen igual medida; Si los ángulos son alternos internos o alternos externos entre paralelas; estos tienen igual medida, al igual que los ángulos correspondientes. La suma de los ángulos interiores en un triángulo es 180°.

5.2.1.1.4 Teoría

Demostración de las propiedades de los ángulos que se forman entre rectas paralelas cortadas por una secante. Demostración del teorema de las suma de las medidas de los ángulos interiores en un triángulo cualquiera.

5.2.2 Etapa 2: Resolución del problema por parte de los estudiantes en práctica

Los estudiantes desarrollaron el problema planteado, para lo cual se les entregó la actividad previamente diseñada y validada, para la resolución del problema, conociendo solamente las indicaciones que se presentaban en la actividad, sin intervención alguna del investigador. Se obtienen las producciones asociadas a la solución del problema, además de las observaciones del académico investigador.

Resolución al problema:

Luego de realizado los pliegues indicados, la figura resultante, luego de repasar los pliegues, es la siguiente:

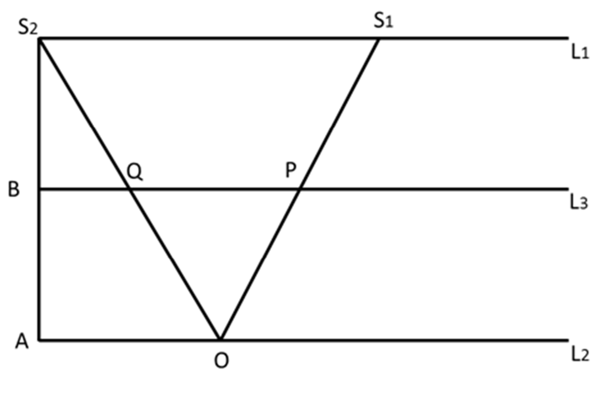


Fig 3. Representación de la figura obtenida

Triángulo AOS_2 rectángulo en A, por lo m∢ S_2AO = 90°	Trozo de papel inicial de forma rectangular
Rotación del triángulo S_2AO, según eje (S_2O , 180°) y luego (S_1O , 180°). m∢ AOS_2 = 60°, m∢ S_2OS_1 = 60° y m∢ S_1OL_2 = 60°	El ángulo extendido AOL_2, dividido en tres partes iguales
m∢ AS_2O = 30°	Suma de los ángulos interiores de un triángulo
m∢ S_1S_2O = 60°	Ángulos alternos internos entre las paralelas L_2L_1
Ángulos en B rectos	L_3, paralela a las rectas L_1 y L_3, estas son perpendiculares a $\overline{AS_2}$
m∢ OS_1S_2 = 60°	Ángulos alternos internos entre paralelas L_2L_1
m∢ BQS_2 = 60°	Ángulo correspondiente con ∢ AQO
m∢ PQO = 60°	Opuesto por el vértice con ∢ BQS_2 = 60°
m∢ BQO = 120°	Ángulo suplementario a PQO
m∢ S_2S_1O= 60°	Alternos internos en O

Medidas para cada uno de los ángulos del cuadrilátero obtenido

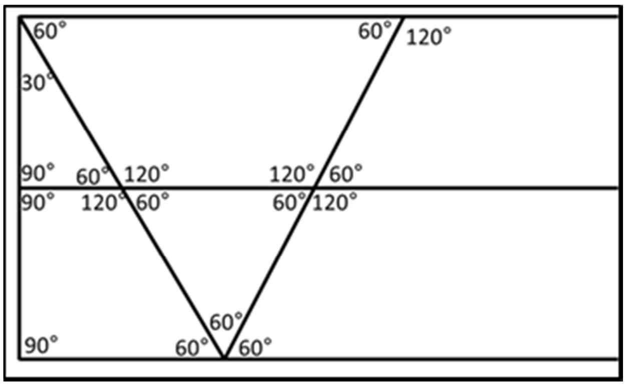


Fig 4: medidas de los ángulos obtenidos en la figura

5.2.3 Etapa 3: Diseño y aplicación de una sesión de clase

Los estudiantes en formación inicial diseñan y elaboran un plan de clase, en donde el problema es la principal acción a desarrollar **con los alumnos** en cada uno de los establecimientos en donde desarrollan su práctica profesional. Este diseño no tiene intervención del académico investigador, por lo que las producciones de planificaciones, se adecuan a la realidad que cada colegio les exige.

En esta acción se obtuvo un audio-video de la sesión, además de la observación del académico investigador.

5.2.4 Etapa 4: Transcripción y organización didáctica

Cada una de las sesiones de clases, realizadas por los estudiantes, fue registrada en un material de audio-video, luego se realizó una transcripción a formato de guión para ser analizado de acuerdo a los momentos didácticos, con el propósito de identificar la organización didáctica (OD), de cada profesor en formación.

Para el análisis de la Organización didáctica, se establecerá la relación de los momentos de estudio, según Chevallard (1999), con la numeración asociada a los actores de la sesión de clases con esto se revisará su presencia o ausencia.

Capítulo VI

Análisis de resultados

A continuación se presenta el análisis de las producciones que realizaron cada uno de los estudiantes, en lo que se refiere la solución del problema planteado. Para ello se realizará una comparación de acuerdo a las OM y OD determinadas

6.1 Identificación de la Organización Matemática de cada estudiante

Se analizaron las producciones de cada estudiante en formación inicial que conformaban el estudio de casos, de acuerdo a la organización propuesta.

6.1.1 Estudiante 1

Todos los ángulos de las esquinas son rectos por lo tanto miden 90° El triángulo de la parte inferior es equilátero por lo tanto todos sus ∡ miden 60°, que al mismo tiempo son suplementarios de los ángulos de los trapecios que límitan con el triángulo.
Sabiendo lo anterior y agregando los ángulos de los puntos medios del rectángulo completo que miden 90°, completamos el resto tomando en cuenta que los ángulos interiores de un triángulo suman 180° y los de un trapecio 360°.
Además sabemos que los ∡ opuestos por el vértice miden lo mismo. También se puede deducir que los trapecios grandes son semejantes porque las medidas de sus ángulos interiores son iguales en su repartición.

Fig 5: Producción de estudiante. Justificación a la solución de la tarea

En el análisis específico de la producción (cuadro anterior), se muestra la producción del estudiante, en donde justifica las decisiones tomadas para el cumplimiento de las tareas encomendadas. En esta se puede destacar los razonamientos asociados a los tipos de tareas, de acuerdo a como plantea dichos razonamientos y tecnologías asociadas:

> *El triángulo de la parte inferior es equilátero*

La afirmación se realiza desde la visualización de la figura obtenida, sin indicar técnica asociada para la conclusión.

> *… que al mismo tiempo son suplementarios de los ángulos de los trapecios…*

Si bien en la tarea anterior se instala la afirmación de que lo que se obtiene es un triángulo equilátero, se desprende el razonamiento para la tarea, indicando lo referido a ángulos suplementarios y a su vez distinguiendo las figuras geométricas obtenidas.

> *… completamos el resto teniendo en cuenta que los ángulos alternos de un triángulo suman 180° y los de un trapecio 360°. Situación*

Lo anterior indica la técnica utilizada, asociadas a la definición que sustenta, para la resolución de la tarea encomendada.

La producción siguiente muestra los valores obtenidos para cada uno de los ángulos solicitados.

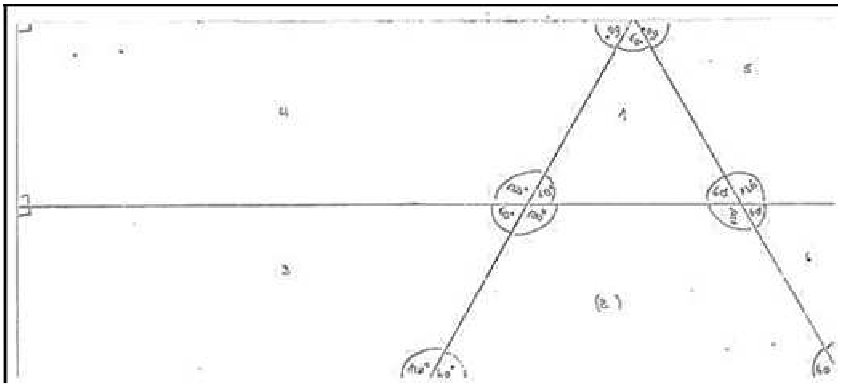


Fig 6: Producción de estudiante. Resultados obtenidos para los ángulos

Comentarios: El trabajo realizado por el estudiante tiene un nivel que se relaciona para con la aplicación de algunas técnicas. En este dibujo se muestran algunas medidas de ángulo, en otro se indican símbolos que se relacionan con el ángulo recto (90°), pero que no necesariamente cumple con la sintaxis para la situación planteada, cumple con la tarea encomendada, pero en lo que se refiere a la justificación de sus respuestas, solo se queda en lo que se asocia a las definición de ángulo entre paralela, emite conclusiones respecto del triángulo equilátero obtenido, sin utilizar tecnología para fundamentar que los ángulos interiores son iguales y por lo tanto, se trata del triángulo indicado.

No se plantean teorías que sustenten las justificaciones que exponen por parte del estudiante

6.1.2 Estudiante 2

A continuación se presenta la producción del segundo estudiante, respecto de la resolución al problema planteado.

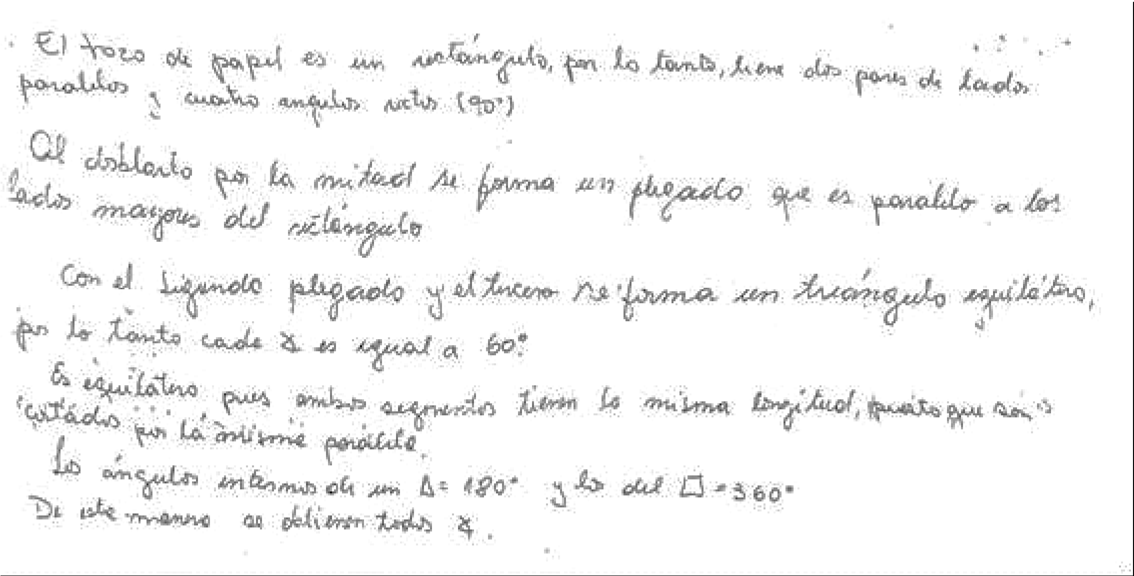

El trozo de papel es un rectángulo, por lo tanto, tiene dos pares de lados paralelos y cuatro angulos rectos (90°)
Al doblarlo por la mitad se forma un plegado que es paralelo a los lados mayores del rectángulo
Con el segundo plegado y el tercero se forma un triángulo equilátero, por lo tanto cada ∡ es igual a 60°
Es equilátero pues ambos segmentos tienen la misma longitud, puesto que son cortados por la misma paralela.
Los ángulos internos de un $\Delta = 180°$ y los del $\square = 360°$
De esta manera se obtienen todos ∡.

Fig 7: Producción de estudiante. Justificación a la solución de la tarea

En forma específica y de acuerdo a la evolución del planteamiento del estudiante:

El trozo de papel es un rectángulo…

La descripción que realiza el estudiante muestra su conocimiento y aplicación en lo que se refiere a las propiedades de polígonos lo que le permite desarrollar evolucionar en el análisis que realiza de la tarea, en busca de la solución del mismo. Y continúa…

> *Al doblarlo por la mitad se forma un plegado que es paralelo… Con el segundo plegado y el tercero se forma un triángulo equilátero… Es equilátero pues ambos segmentos tienen la misma longitud, puesto que son cortadas por la misma paralela.*

En esta justificación el estudiante se aproxima a una de las técnicas la que tiene que ver con la determinación de figuras y por consiguiente se ajusta a la tecnología de rotación sobre un punto determinado, pero se desvirtúa su planteamiento al momento de considerar la relación de segmentos, puesto que esto no es posible afirmarlo.

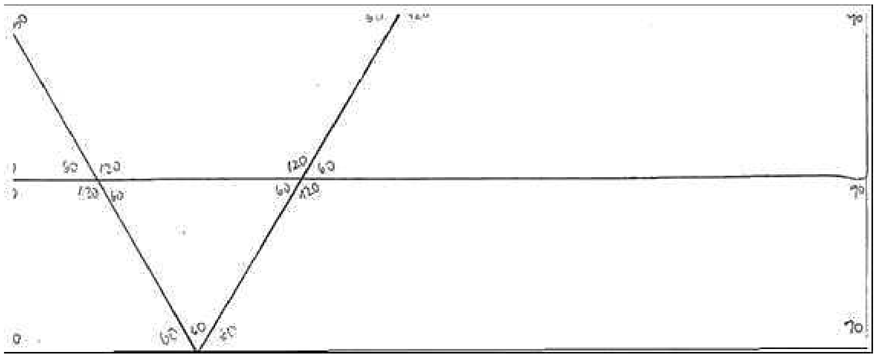


Fig 8: Producción de estudiante. Resultados obtenidos para los ángulos

Observando la figura obtenida por el estudiante, las tareas esta lograda, en lo que se refiere a la determinación de la medida de los ángulos que se forman.

En general los estudiantes resuelven el problema, sin llegar a mostrar la teoría que sustenta sus tecnologías. Se destaca la situación de la obtención del triángulo equilátero de la figura, ya que este es paso clave a la resolución total del problema. El primer estudiante solo se dejo llevar por la visualización que tuvo de la figura obtenida, mientras que el segundo tiene un acercamiento a la técnica de la rotación respecto de un punto o eje.

6.2 Identificación de los Momentos Didácticos

En este apartado se entregará una visión de lo realizado por los estudiantes, en la acción de llevar a la práctica el problema que estos ya tuvieron oportunidad de resolver, cabe señalar, que los estudiantes no tuvieron una retroalimentación, entre la acción de resolver el problema por parte de ellos y la implementación del mismo con alumnos de establecimiento educacional.
Teniendo el registro audiovisual de la actividad de clases de los estudiantes, se procedió a realizar un análisis, para obtener evidencias específicas que indiquen el trabajo realizado por ellos desde la perspectiva de la organización didáctica OD, específicamente en relación a los momentos didácticos.
El análisis específico se platea de acuerdo al video obtenido y que se identifica con el número de línea asociado a las intervenciones del estudiante en formación (P) y de las interacciones realizadas por los alumnos (E)

6.2.1 Estudiante 1

El desarrollo de la actividad de clases del estudiante 1, tiene la propuesta tradicional, esto es plantear la situación problema, e inmediatamente procede a proponer a mostrar la resolución del mismo, más a insinuación del profesor que por reflexiones de los alumnos.

Primer momento	
1 a 39	Esta es la primera acción que debiese concretar solicitando a los estudiantes que: Determinen los ángulos de la figura geométrica que se obtiene la realizar los pliegues que se indican. Pero este momento se desarrolla una activación de conocimientos relacionados, sin indicarles el por qué, algunos de los estudiantes, responden respuestas específicas, con definiciones asociadas a las técnicas que los estudiantes debieran utilizar, pero claramente los estudiantes no asignan significado a esta acción pedagógica, pero como normalmente se desarrolla, al comienzo de cualquier clase, ellos responden automáticamente. En este diálogo se plantean la distintas técnicas, principalmente con la que tiene relación con definiciones.

Segundo momento	
46 a 50	Se les indica a los estudiantes que disponen de diez minutos para desarrollar la primera parte de la actividad (plegado). Solo una parte del grupo, indica haber concluido exitosamente la primera parte, al momento de ser consultado el curso por el logro de la tarea encomendad. Pero hasta el momento no se les ha indicado que la idea es resolver el problema en su globalidad. A los estudiantes que no logran culminar la primera parte (plegado), la profesora entrega las indicaciones exactas, paso a paso para salvar la situación del plegado. Lo rescatable de esta situación es que se hace “ayudar” por estudiantes que ya lograron su trabajo. Dada la estructura de la situación problema planteada; I parte (plegado), II parte (determinación de la medida de los ángulos), no se plantea una situación de emergencia de técnica.
Tercer momento	
	No se observa este momento, dado que no se dio la instancia exploratoria, por lo tanto no se tiene creación de técnicas, inicial, para la resolución del problema
Cuarto momento	
94 a 160	Este momento está directamente relacionado con el momento II, dado que el profesor debe recoger las diferentes técnicas empleadas y llevarlas a un posible teorema. Este momento no fue desarrollado con este propósito, puesto que la profesora desarrolló la verificación de las técnicas empleadas y solo se limitó a constatar que los valores encontrados para cada uno de los ángulos, fueran los que se consideraron correctos.
Quinto momento	
51 a 63	Este momento didáctico, se observó en el momento en que se llevó a efecto la parte del plegado, en donde se les solicitó a los estudiantes, que esto dieran cuenta de sus producciones al resto de los estudiantes, de modo que sirvieran de ejemplo y además explicaran la empleabilidad de sus técnicas relacionadas.

Sexto momento	
	No se observa el momento asociado a la evaluación.

En Chavarría 2008, cita Brousseau, quien identifica el Efecto Topaze en que el estudiante llega a la solución de un problema, pero que no ha sido por sus propios medios, sino que el profesor es quien toma el desafío de resolver el problema. Cuando el docente observa que los alumnos tienen dificultades, asume la tarea de resolver el problema y el trabajo de los estudiantes se traducen en comprender lo que el profesor está resolviendo, con esto claramente no se permite construcción de conocimiento por parte de los alumnos.

En la misma cita se presenta el efecto Jourdain, el cual consiste en la actitud que adopta el profesor cuando un alumno responde incorrectamente, entonces para no desilusionarlo, le indica que está bien su respuesta

Las situaciones de efecto Topaze y Jourdain, fueron recurrentes en el desarrollo de la actividad de clase, mostrando una debilidad en los dominios didácticos asociados.

En la organización didáctica predomina el momento de trabajo de la técnica por parte del docente. También hace permanentemente referencia a la instancia de validación de las respuestas emitidas.

Se advierte una predominancia del momento didáctico tres en donde el desarrollo es exclusivamente a través de definiciones de las nociones matemáticas involucradas en la tarea encomendada.

6.2.2 Estudiante: 2

El desarrollo de la actividad de clases del estudiante 2, tiene la propuesta no tan tradicional, ya que el tiempo de exploración se percibe y los estudiantes desarrollan sus propuestas de solución a medida de que se involucran más con la tarea encomendada.

Primer momento	
1 a 3	Si bien se desarrolla el Primer encuentro, este difiere de la presentación para resolver un problema desde las propuestas por los estudiantes. Se hace mención a que se trata de un tema ya

	tratado en clases. El momento exploratorio, prácticamente no se percibió, puesto que la profesora inmediatamente comenzó a guiar a los estudiantes luego de la lectura en común. Este momento se deja de trabajar ya que la profesora observó que existen estudiantes que ya cumplieron la "primera parte"
Segundo momento	
4 a 7	Este momento se percibe cuando la profesora les indica que sigan desarrollando la actividad, pero claramente este momento no se canaliza, proponiendo algunas técnicas para resolver la situación planteada
15 a 24	La actividad se centra en la determinación de la medida de los ángulos de la figura. La profesora al no observar un avance en la resolución de la situación planteada, procede a guiar la acción de forma directa, sin canalizar los "intentos" de técnicas para la resolución.
97 a 169	La situación de la búsqueda de una técnica para resolver problema no fue tal, ya que el tema era por todos conocidos, si llama la atención que el problema en particular, desconocido, no se trabajara como tal. Se ubicaron estas líneas en este momento, dado que la profesora, prácticamente, valido las técnicas en un problema no conocido.
Tercer momento	
9 a13	La totalidad de los estudiantes logran realizar el plegado, con una fuerte influencia de la profesora y el apoyo de algunos estudiantes que lograron realizar el plegado correspondiente. No se percibe que se diese un momento tecnológico teórico, situación que hubiese sido muy relevante para la resolución del problema, puesto que en esta se instalan las consideraciones para determinar la tarea específica que se solicita.
25 a 96	El momento llevado a cabo en esta parte del desarrollo, pero con la salvedad de que la mayor parte del proceso fue llevado por la profesora, en donde desarrolló un dialogo que consistía en validar

	las técnicas de aplicación que ella desarrolló y los estudiantes solo afirmaban las deducciones. No se desarrolló como una concreción de lo utilizado por parte de los estudiantes.
Cuarto momento	
	No observado
Quinto momento	
	No observado
Sexto momento	
	No observado

Las situaciones de efecto Topaze y Jourdain, fueron recurrentes, mostrando una debilidad en los dominios asociados.

En la organización didáctica predomina el momento de trabajo de la técnica por parte del docente. También hace permanentemente referencia a la instancia de validación de las respuestas emitidas.

La realización de la clase de la profesora se desarrolla como una sesión tradicional, en donde la mayoría de las decisiones son tomadas por ella y a la vez validadas. Los estudiantes están condicionados a seguir las instrucciones, con la poca o nula posibilidad de reflexionar o tomar decisiones en cuanto a la realización de una tarea. En definitiva los estudiantes podrían estar preparados para resolver problemas, siempre y cuando sean los más similares posibles a los que fueron realizados por la profesora en la clase.

En términos globales, se observa que los casos estudiados tienen similares características y tienen un nivel para trabajar el tema de resolución de problemas, solo desde la perspectiva de cómo lo desarrollan ellos a un nivel de escolar, con muy baja capacidad para reflexionar o generar conjeturas

Capítulo VII
Conclusiones

La formación de profesores, es un tema en la actualidad de amplia discusión y debate. La investigación realizada se focalizó en estudiantes que está próximos a terminar su proceso de formación y por ende pronto a desarrollar la labor de docencia. Pero la interrogante es, ¿qué también preparados están para desarrollar esta importante misión? No es una respuesta que podamos dilucidar, pero si entregar antecedentes que den cuenta de la labor de formación que se realiza por parte de la universidad.

En este contexto es que la presente investigación en la modalidad de “casos” considerando dos estudiantes de 5° año de la carrer a de pedagogía general básica con mención en matemática. Estos estudiantes se encontraban en su proceso de práctica profesional, lo que me permitió constatar su formación como docente en el ámbito disciplinar y pedagógico.
Algunas conclusiones que se observan luego de realizada la investigación:

- Se pudo observar que el fenómeno Topaze, que como lo plantea Brousseau, en cuanto a que los estudiantes llegan a la solución del problema, pero no por sus capacidades y/o habilidades, sino que el profesor guió de tal forma que el estudiante no construye sus estrategias y falta a la discusión – reflexión, situación que se relaciona con la acción de institucionalización. También, pero en menor intensidad el efecto Jourdain, se instala en las prácticas de estos futuros docentes**.**
- Los aspectos más débiles, por no decir ausente, en cuanto a la organización didáctica, están relacionados con los momentos: Exploratorio, Tecnológico – teórico y el institucionalización, momento que en rigor demandan procesos de reflexión, por quienes resuelven problemas, pero que en estos casos, poco o nada se puedo observar, que los estudiante lo realizaban.
- El momento de evaluación, está completamente ausente en la observación realizada, solo se concibe la evaluación pedagógica, en cuanto se concreta en la verificación de respuestas o resultados específicos.

- Respecto de la resolución del problema, ambos profesores separaron el problema en dos partes intencionadamente, sin dejar el espacio para que los estudiantes pudiesen proponer la separación, esto en general perjudicaba, puesto que una de las justificaciones para la obtención de las medida de los ángulos, justamente estaba en el proceso de plegado, ya que permitía visualizar el posible razonamiento de justificación, me refiero a la traslación – rotación que se presentaba en el plegado.

7.1 Sobre el cumplimiento de los objetivos planteados:

a) Identificar y analizar las estrategias de solución que realizan los estudiantes de Pedagogía general básica de quinto año, mención Matemática, para un problema Geométrico.

Los hallazgos de la investigación son útiles para tener en cuenta la formación en el marco disciplinar de los docentes en formación, más aún en un tema que es central para el desarrollo de la matemática, como es la resolución de problemas. Específicamente la investigación mostró la baja capacidad de reflexión y justificación de los estudiantes, puesto que ante la determinación, en la figura obtenida, de que el triángulo que se obtiene es equilátero, ninguno expuso el cómo llegó a determinar que clasificaba de dicha forma. Por lo tanto las estrategias que utilizan los estudiantes, solo se basan en los conocimientos previos que puedan ostentar, puesto que al no tener una técnica especifica que les permitiera determinar el tipo de triangulo, solo se dejaron llevar por la visualización que claramente no justifica dicha decisión.

b) Identificar y analizar estrategias de enseñanza aprendizaje para la resolución de problemas de Geometría que implementan los estudiantes de quinto año de la carrera de Pedagogía general básica, con mención en matemática, con estudiantes de enseñanza básica en el ejercicio de su práctica.

La resolución de problemas constituye el centro del desarrollo del pensamiento matemático, entonces el docente debe valerse de ellos para enseñar la disciplina. En este contexto la resolución de problemas se convierte en un medio para la enseñanza de la matemática, por lo tanto la selección y/o el diseño de problemas, debe convertirse en una capacidad para el docente, fundamental. La investigación realizada muestra que dicha capacidad en los casos analizados no se percibe claramente, los casos revisados, nos muestran que no existe una estrategia que permita desarrollar capacidades de resolver problemas en los estudiantes de enseñanza básica. La propuesta didáctica se concretó en la resolución de un problema como un fin en sí mismo, lo complejo de la situación es que en gran parte, la propuesta de resolución de problema fue realizad por el mismo docente. En los momentos didácticos que plantea Chevallard (1999), se plantea el momento de exploración para la resolución de un problema, en donde al estudiante se le deja la posibilidad de proponer técnicas o estrategias para llegar a la solución del problema, pero nada de esto se encontraba en la propuesta didáctica planteada. En concreto no se vislumbró estrategia para la enseñanza de la resolución del problema geométrico.

7.2 Pregunta de investigación

Ante la pregunta ¿Cuáles son las estrategias didácticas que planifican y aplican estudiantes en formación inicial de Pedagogía general básica con mención matemática para una clase basada en la resolución de un problema de Geometría? La respuesta ya se puede percibir, no se observó una estrategia didáctica premeditada y tampoco en la práctica, que pudiese indicarnos una propuesta específica y de acuerdo a alguna teoría en particular. Solo se observa que los problemas son tratados como ellos los resuelven.

Queda presente el desafío de introducir acciones concretas en la formación de docentes para la enseñanza de la matemática, que permitan la adquisición de capacidades didácticas pertinentes en la resolución de problemas. Desde el aprender haciendo, esto significa que la propuesta curricular de formación en matemática para los estudiantes de pedagogía general básica, se debe proponer desde un planeamiento pedagógico basado en la resolución de problemas, es decir: en los cursos disciplinares que tienen los estudiantes en los dos primeros años, estos deben sustentar la enseñanza de la disciplina en la resolución de problemas. Mientras que los cursos de didáctica que tiene en lo niveles posteriores, las propuestas didácticas debieran considerar la diferentes corrientes teóricas que hacen de la resolución de problemas, una propuesta de enseñanza de la matemática.

Bibliografía

Alfaro, C. (2006). Las ideas de Polya en la resolución de problemas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, *1*(1), 28-46.

Araya, R. G. (2008). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, (3).

Astudillo, M. T. G., & Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en

España durante el siglo XX. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 22(3), 389-408.

Bosch, M. y Gascón, J. (2009). Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la Formación del profesorado de Matemática de Secundaria. *Investigación en Educación matemática XIII* (pp. 89 – 113). Santander SEIEM.

Bosch, M., & Gascón, J. (2001). Las prácticas docentes del profesor de matemáticas. *Versión provisional del*, *13*(09), 01.

Brousseau, G. (2001). Los obstáculos Epistemológicos y los problemas en Matemática. Recuperado el 10 de Enero del 2016 de: http://fractus.uson.mx/Papers/Brousseau/obstaculos.pdf

Campos, H. B. (2008). Resolución de problemas El trabajo de Allan Schoenfeld. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, (1).

Chavarría, J. (2008). Teoría de las situaciones didácticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, (2).

Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado, 3.

Chevallard, Y. (1999), El análisis de la prácticas docentes en la teoría Antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, Vol 19 Nº 2, pp. 221 – 266.

Chile. Ministerio de Educación. (2006). Bases curriculares de Matemática. Santiago de Chile: Santiago de Chile.

Corica, A. R., & Otero, M. R. (2014). La formación de profesores de matemática desde la teoría antropológica de lo didáctico: Un estudio de caso. *Perspectiva Educacional*, *53*(2), 20-44.

Espinoza, L., Barbé, J., & Gálvez, G. (2011). Limitaciones en el desarrollo de la actividad matemática en la escuela básica: el caso de la aritmética escolar. *Estudios pedagógicos* (Valdivia), 37(1), 105-125.

Espinoza, L., Bosch, M. y Gascón, J. (2003) El Profesor como director de procesos de estudio: Análisis de organizaciones didácticas espontaneas. *Recherches en didactique des Matematiques*, Vol 23, Nº1.

García, H. y Tintorer, O (2000). Formación del Método de la Actividad de Situaciones Problema en Matemática. Recuperado el 27 de Junio del 2014 de: http://w3.dmat.ufrr.br/~hector/Artigo4.pdf.

Herrera, M. (2000). Aspectos Epistemológicos y cognitivos de la Resolución de Problemas de matemáticas, bien y mal definidos. Un estudio con alumnos de primer ciclo de la ESO y Maestros en formación. Tesis Doctoral, Directores; Socas, M. y Hernández, J.

Malagón, M. R. (2013). Los programas de formación de maestros de matemáticas y su relación con las prácticas docentes.

Martínez Losada, C., Mondelo Alonso, M., García Barros, S., & Vega Marcote, P. (1999). Los problemas de lápiz y papel en la formación de profesores. In Enseñanza de las Ciencias (Vol. 17, pp. 211-225).

Martínez, P. F. (1998). Formación inicial de profesores de matemáticas como profesionales reflexivos. Uno: *Revista de didáctica de las matemáticas*, (17), 37-50.

MINEDUC, (2014). *Planes y Programas.* Chile

Naranjo, M. E. G. (2012). *Didáctica de la matemática basada en el diseño curricular de educación inicial nivel preescolar* (Doctoral dissertation, Universidad de León).

Oliver, M., Vecino, S., Medina, P., Astiz, M., Alvarez, E., Roceau, M., & Valdez, G. (2009). La educación matemáticas, el papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. Colección Digital Eudoxus, 1(3).

Parra, V., & Otero, M. R. (2007). Organizaciones Matemáticas en la Universidad en torno a las nociones de límite y continuidad de funciones: un estudio de caso. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias*, 2(2), 20-28.

Pérez de los Santos, Raúl (2008). “Modelo quinario para la resolución de problemas matemáticas”. *Revista Iberoamericana de Educación*.

Pérez, Y. y Ramírez, R (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas Matemáticos. Fundamentos teóricos y Metodológicos*. Revista de Investigación* 73(35).

Programme for International Student Assessment, NCTM, 2000, p.14

Reverand, E. y Orantes, A. (1995). Iatrogenia docente identificando elementos de la pedagogía de la obstrucción en la subcultura de la enseñanza de la Matemática, Vol 10 Nº 2, pp 11 – 25. IISUE

Sánchez Ordoñez, Eruin Alonso. (2013). Razones, proporciones y proporcionalidad en una situación de reparto: una mirada desde la teoría antropológica de lo didáctico. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 16(1), 65-97. Recuperado en 14 de enero de 2016, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362013000100004&lng=es&tlng=es.

Sierra, T. y Gascon J. (2011). Investigación en didáctica de las Matemáticas en la Educación Infantil y Primaria.

Silvia, V., María, R., Guillermo, V., María, O., Susana, V., Perla, M., … & Estella, A. (2006). LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA.

Vezub, L. F. (2007). La formación y el desarrollo profesional docente frente a los nuevos desafíos de la escolaridad. Profesorado: *Revista de curriculum y formación del profesorado*, 11(1), 2.

Anexos

Video

Estudiante 1

	Transcripción	Registro observador
1	P: Ya chiquillos vamos a empezar … shhh … silencio, adelante para empezar la clase … la actividad … shhh … la actividad se relaciona con lo que vieron conmigo … ya para eso les voy a hacer un breve repaso, para ver lo que ustedes recuerdan, así como lo hace … levanten la mano para que me digan que cosas recuerdan (indica a un estudiante)	Estudiante indica lo que recuerda
2	E: de los isósceles, de los rectángulos, hee…	Indica a otro estudiante
3	P: Él habla de los triángulos… hee me distes nombres según qué cosa…	La situación se mantiene y se desarrolla como se indica, para estos momentos, de manera que realiza una indagación, por estudiante, verificando y en algunos casos corrigiendo aprendizajes.
4	P: no lo ha aprendido, que otra cosa recuerda (indica otro estudiante)	
5	E: según los ángulos	
6	P: Según los ángulos, me dijo el E, el nombre que le daban a los triángulos, según los ángulos	
7	E: las líneas	La situación se mantiene en esta dinámica por extenso tiempo.
8	P: las líneas, qué tipo de líneas vimos? (indica un estudiante)	
9	E: Paralelas, perpendiculares y transversales	
10	P: transversales, bien, ¿que más vimos? Por acá (indica a otro estudiante)	
11	E: ángulos correspondientes	
12	P: ángulos correspondientes (asintiendo con la cabeza). Muy bien, ¿qué más? Aquí usted	

	(indica otro estudiante)… que se acuerda, haga memoria	
13	P: también se acuerda de la actividad en la que salimos al patio. ¿Qué tuvimos que buscar en el patio?	
14	E: ángulos	
15	P: ángulos… allá (indica a estudiante con el dedo), qué tipo de ángulos vimos en el patio? … Ustedes…	
16	E: paralelas	
17	P: Paralelas era el ángulo o las líneas?	
18	E: Líneas	
19	P: allá atrás (indica con el dedo) E	
20	E: Complementarios y Suplementarios	
21	P: Los Suplementarios y complementarios. Haber hagan memoria; cuales eran los suplementarios? (indica otro estudiante)	
22	E: los que sumaban 180	
23	P: Los que sumaban 180, muy bien, ¿y los complementarios?	
24	E: Los que median noventa grados	
25	P: Los que juntos… median noventa grados, muy bien	
26	P: ¿se acuerdan como le llamábamos a esos ángulos, que se formaban por las paralela y cortadas por una transversal? (dibuja figura en la pizarra)	
27	P: como eran los ángulos que estaban acá (indica los ángulos que están entre las paralelas y la transversal)	
28	Es: alternos internos	
29	P: Alternos internos, Bien, ¿cuáles más?	
30	Es: alternos externos	

31	P. Alternos externos, muy bien	
32	P: Que más se acuerdan de los ángulos, por ejemplo de los ángulos, las medidas de los ángulos, que se acuerdan?	
33	P: Mas o menos…, las figuras… cuanto tenían que medir los ángulos… todo eso (se desplaza por la sala)… hagan memoria, haber ejemplo de un triángulo, ¿cuanto tienen que medir los ángulos? … (Indica a un estudiante), … la suma de los ángulos	
34	E: sesenta	
35	P: sesenta, ¿pero cuánto tenían que medir en total?	
36	E: ciento ochenta	
37	P: Ciento ochenta, bien, ¿y la de los cuadriláteros? Aquí Usted (indica a uno de los estudiantes que levantaron la mano)	
38	E: trescientos sesenta	
39	P: Trescientos sesenta, bien	
40	P: Muy bien chiquillos … ahora… quien era el secretario de Matemática	
41	E: Yo	
42	P: Vengan para acá los dos, ustedes, a cada uno repartirles una actividad (estudiantes reciben las actividades y las distribuyen entre sus compañeros). Yo por mientras voy a repartirles esta hojita para que desarrollen la actividad (distribuye el material por estudiante). En la parte superior colóquenle la fecha a cada una de las hojitas.	
43	P: empezamos todos Juntos chiquillos así que nadie empieza antes	
44	P: Ya chiquillos todos tienen hojita	

45	E: Siii	
46	P: Ya chiquillos, para comenzar realizaremos la parte de delante de la guía, ya? (muestra la guía en la parte indicada)	
47	P: heee, tienen que leer las instrucciones que salen aquí (muestra la hoja correspondiente) y ahora van trabajar hee, solitos ¿ya? Daremos diez minutos, para que intente hacer los pasos que salen acá… cualquier consulta me levantan la manito, ¿ya? Después lo hacemos entre todos	
48	P: Inténtenlo chiquillos ustedes por mientras y después lo resolvemos entre todos.	La profesora se desplaza por entre los puestos observando y atendiendo inquietudes que surgen de los estudiantes. A pesar de que se les indicó que la actividad era individual. Los estudiante trabajan intercambiando opiniones, dada la distribución de los puestos de clases.
49	P: Ya chiquillos… sheee.	Continúa la observación de los trabajos y aclara algunas dudas en los puestos de trabajo de los estudiantes. Se observa a la totalidad de los estudiantes trabajando en la actividad
50	P: ¿quiénes pudieron lograrlo hasta el paso tres? (al redor de un tercio de los estudiante levantaron la mano)	

51	P: Quien quiere Salir adelante?	La profesora le señala que se acerque a la pizarra
52	E: Yoo	
53	E: Ya pero ¿qué tengo que hacer?	El estudiante sale adelante del pizarrón
54	P: ayudar a explicar a los compañeros como lo hizo	
55	P: Ya explíquele a sus compañeros cómo hizo el paso 1 … lo voy a hacer aquí en grande ya, para que tengan todos el mismo dibujo (la profesora trabaja con un pliego de papel rectangular). Ya que hiciste primero	Luego de hacerlo la profesora lo muestra al curso
56	E: heee lo hice así (muestra el papel rectangular doblado a la mitad por el largo).	
57	P: Ya, doblarlo hasta la mitad	
58	E:, luego se dobla así	
59	P: Claro hacia la línea del medio… ¿todos pudieron hacer ese paso?	
60	Es: siii	
61	P: Ya, Voy a hacerlo en mi pliego para mostrarlo	
62	P: ya ahí está marcado el segundo paso ¿cierto? ¿Y el tercer paso?	El estudiante muestra con su rectángulo de papel el pliegue que ha realizado La profesora lo desdobla y lo muestra
63	E: hay que doblar esta punta	
64	P: eso es el lado que doblamos recién, ¿cierto? Ya este sería el lado que habría que doblar (lo muestra en el trabajo del estudiante)	doblarla hacia dentro… así… como lo hizo E (la profesora muestra los pliegues a realizar en el plegado)
65	P: Ya, y como lo tendrían que hacer chiquillos, él tiene el doblado ahí, cierto… ? Hasta el momento… paso dos. Paso tres tendría que ser; esta parte de acá (lo realiza con el	

	papelografo),	
66	Es: queda como un cucurucho de papas fritas	
67	P: gracias al E por la ayuda (el estudiante vuelve a su asiento)	
68	P: Ya chiquillos… acuérdense… el paso 1… shhh, Chiquillos aquí adelante, el paso 1 (muestra el paso), el paso 2(muestra el paso) y el paso 3. Pudieron todos?	
69	Es: Siii, no	
70	P: a quién le falta todavía?	
71	P: quién no pudo	
72	E: a mi	
73	P: Ya (se desplaza hacia el estudiante)	
74	P: De nuevo chiquillos; el paso 1 ya lo tienen claro, el 2 también, ¿cierto? Ahora el 3, tienen que doblarlo desde donde doblaron en la parte 2…	
75	E: No veo	
76	P: Quién no ve? (profesora se desplaza hacia el lugar posible del estudiante)	
77	Profesora se desplaza preguntando y mostrando su doblez a los estudiantes	
78	P: acá, donde no pudieron?...	
79	P: ya, aquí estaba la parte 2 (muestra el pliegue en el papelografo) y después la parte 3 hacia arriba (muestra la acción en su papelografo)	
80	P: Bien ahí… Ustedes pudieron?	
81	P: Ya, todos lo lograron chiquillos?	
82	Es: Noo (los menos)	
83	P: quién no lo logró?... acá atrás (se dirige hacia el lugar específico)	

84	P: Ya chiquillos ya todos lo terminaron?	La profesora chequea que los estudiante hayan cumplido con lo dobleces. (Se observa que el grupo es bastante heterogéneo y los ritmos de aprendizajes son dispares)
85	Es: Tía si	
86	P: Ya ahora chiquillos lo que tienen que hacerr… shhh es marcar todas las líneas que quedaron después del plegado (muestra su plegado), marque las líneas de acá, las de acá, márquenlas con lápices.	
87	P: Yo lo voy a hacer con el plumón	
88	P: Solo las líneas que quedaron después de hacer la… los dobleces (gesticula con sus manos el ejercicio a realizar, mientras se desplaza por entre los estudiantes)	Se dirige a su escritorio para hacer la tarea
89	P: Todas las líneas: la de al medio, la que doblaron, todas, a ver (dirigiéndose a un estudiante)	
90	P: No por un lado	La profesora muestra su producción con el remarque del pliegue de los dobleces
91	P: Ya chiquillos todos las marcaronn … shh, adelante shh … no se distraigan	
92	P: chiquillos, a todo les salió estás mismas líneas?	
93	Es: Sii	
94	P: Ya chiquillos aquí, en esta imagen de acá… ahora Ustedes me van a ayudar, a colaborar…	Indica a un estudiante mostrándole el plumón
95	P: Pase aquí adelante, márquenme donde están los ángulos que yo les voy a indicar	El estudiante se pone de pie y sobre el pliego con el trazado del plegado, apoyado en el pizarrón, maraca el ángulo que la profesora le señala con el dedo, realizando la acción del arco sobre la figura del ángulo
96	P: Ya pues… en los triángulos, cualquier ángulo (asintiendo con la cabeza a un estudiante que consulta), Marque uno	

97	P: Bieen (luego de realizada la acción del estudiante)… allá atrás, usted (indica con el dedo otro estudiante)	
98	P: Niños shhh, están muy conversadores	
99	P: bien… hee… allá atrás usted E, lo veo ahí todo sentado	Sale un estudiante a la pizarra y realiza la acción (en forma similar) con otro ángulo determinado en la figura. La estudiante, previamente indica el ángulo a marcar, la profesora asiente con la cabeza.
100	P: Allá usted… adelante	(lo nombra específicamente) El estudiante sale a marcar el ángulo en el papelografo, este le indica el ángulo a marcar a la profesora, esta le asienta con la cabeza y procede a hacerlo.
101	P: Marque otro ángulo	(le indica al estudiante que sale a la pizarra)
102	P: saque un compañero (luego que el estudiante realiza los solicitado), para que marque otro ángulo	El estudiante indica un compañero
103	P: vaya a dejarle el plumón	El estudiante indicado sale a marcar otro ángulo

104	P: Haber chiquillos… shh … vamos a resolver el problema … aquí adelante heee E1 ayúdeme, venga para acá	La profesora conmina al estudiante para que la acompañe en la testera de la pizarra
105	P: ahora vamos a escribir el número de los ángulos	La profesora coloca su producción del plegado en la pizarra con la ayuda de E
106	P: listo … shhh … (sostiene junto con el estudiante el plegado ampliado en la pizarra)	
107	P: cómo lo resolvió primerooo … E, Usted término de los primeros, qué hizo primero?	
108	E: ubique primero los … (no se entiende)	
109	P: ¿Los opuestos?	
110	E: No los rectos	
111	P: Los rectos, yaa	
112	P: (dirigiéndose al estudiante que está en la pizarra E), ¿Cuáles son los rectos?	
113	El estudiante marca el ángulo solicitado en todos en lo que está presente	
114	P: (profesora se dirige al curso) ¿Cuánto median los ángulos rectos?	
115	E: noventa gradooo	
116	P: (al estudiante E) Donde encontramos… aquí hay uno cierto? (mientras el estudiante marca uno de ellos en el papelografo?	
117	P: hee … shhh … (dirigiéndose al curso). Faltan más ángulos rectos?	El estudiante marca los ángulos colocando la medida correspondiente (90°)
118	E: siii	El estudiante E los

119	P: Cuales	marca con el valor correspondiente
120	E: Los que están al medio	
121	P: ¿Los que están al medio?	
122	E: siii	
123	P: este y este (los indica en el papelografo)	
124	E: siii	
125	P: atrás E, que otro calculo hiciste?	El estudiante se levante de su asiento y se dirige a la pizarra para indicar lo que propone Muestra los ángulos opuestos de un vértice, en la figura e indica que tienen el mismo valor
126	E: hee, el que está ahí … heee	
127	P: ya muy bien (E registra los valores en la figura), el puso los ángulos opuestos bien	El estudiante regresa a su puesto
128	P: E venga para acá… (el estudiante se dirige a la pizarra), que otro ángulo encontró? … shh	El estudiante indica un ángulo en la figura
129	P: como lo hizo? … shh	
130	El estudiante le explica a la profesora	
131	P: Bienn	
132	El E escribe en la figura los valores respectivos	
133	P: a ver chiquillo… shh … heee E, cómo saco los ángulos de acá? (indica la figura en el papelografo)	
134	E: ángulo extendido, 180, (profesora siente)	
135	P: ya y ¿cuánto vale eso?	
136	E: sesenta	
137	P: bien	
138	E: completa las medidas en la figura	
139	P: aca (indica la figura), este heee … E, como saco este ángulo de acá (muestra la figura, mira al estudiante) , shee	

140	P: bien y cuanto le dio, bien le dio	La estudiante responde
141	E: treinta grados	
142	P: este es el que indica la E (indica el ángulo)	
143	P: Ustedes cuanto mide el de acá	
144	P: si uno mide treinta, el otro cuanto mide	
145	E: sesenta	
146	P: Sesenta, sabes por qué?	
147	P: porque tiene que completar un ángulo… recto	
148	P: acá bajo chiquillos… shhh …	
149	P: aquí como tiene que ir estos de abajo?	
150	P: Este primero (lo indica)	
151	P: como le sacaron este que valía 120?	
152	P: Está bien chiquillos… shhhh, está bien chiquillos aquí me equivoque yo, los compañeros se dieron cuenta (luego de que una estudiante se puso de pie y fue a comentarle el error a la profesora)	
153	P: Los compañeros se dieron cuenta por que este ángulo es agudo por lo tanto tiene que medir menos de noventa grados, muy bien… entonces cuanto media?	
154	E: treintaaa	
155	E escribe el valor sobre la figura	
156	P: ya y el de acá?	
157	Es: treintaaa	
158	P: bien	
159	E escribe el valor indicado	
160	P: Listo chiquillos, entonces ya completamos todos los ángulos. Ahora la hojita la pegan en el cuaderno Indica la hoja del plegado)	

161	P: La otra (muestra la otra guía), me la entregan con los cálculos que ustedes hicieron y el proceso que desarrollaron	
162	P: Chiquillos… shhh… peguen las dos hojitas en el cuaderno mejor	
163	P: ya chiquillos pongan atención aquí adelante, ahora me gustaría que me dijeran como encontraron la actividad?	
164	E: divertida	
165	P: divertida?. La encontraron difícil?.	
166	E: Noo, más o menos	
167	P: les costaba, más o menos. Que fue lo que más les costó?	
168	Es: el Origami	
169	P: El origami?	
170	E: Siii	
171	P: ¿les costó el plegado, les costó encontrar las figuras?	
172	Es: Nooo	
173	P: lo de los ángulos	
174	E: noo	
175	P: Entonces a la actividad que nota le ponen?	
176	E: un sieteee, seis cinco	
177	P: bien chiquillos terminamos, muchas gracias por la participación (aplausos)	

Estudiante 2

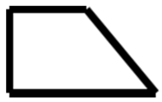
	Transcripción	Registro observador
1	E: tía (realiza el primer pliegue, levanta la mano pidiendo asistencia)	La profesora vuelve sobre la solicitud de la estudiante y entrega indicaciones de cómo seguir el desarrollo de la actividad. Se desplaza entre las filas observando el trabajo de los estudiantes
2	P: espérame un segundo	
3	E: Tía (levanta la mano mostrando el pliegue del papel rectangular entregado)	La Profesora acude donde el estudiante y revisa su trabajo, le solicita que continúe con la actividad, mientras que ella continua su desplazamiento por la sala de clase. Los estudiantes conversan y comparan y se nutren mutuamente con sus avances. Luego de 5 minutos, la profesora observa que algunos estudiantes han logrado el pliegue correcto.
4	P: Ok, Chicos pongan un momento de atención aquí adelante shhh	Niños pasan adelante
5	P: he visto queee, varios de ustedes han tenido	

	problema con el paso 3, dificultades, ¿cierto?	
6	E: sii	
7	P: (Menciona un estudiante)… hizo la actividad ….., con la (menciona otra estudiante)…, entonces les voy a pedir que pasen aquí adelante, entonces la S … pueda mostrar … shhh	
8	P: ok, voy a esperar silencio para poder continuar	Estudiantes quedan en silencio. Profesora se dirige a los estudiantes que salieron adelante
9	P: P… y S… cuéntenle al curso como hicieron la actividad ¿ella se coloca a un costado?	El estudiante vuelve a mostrar el pliegue mostrando en alto su trabajo, mostrando la figura final a obtener. La profesora se acerca al estudiante y solicita silencio, pasan un momento…
10	P…: Como decía la guía aquí se realiza el primer paso ¿muestra el pliegue? Después se abre y hace que el ángulo tope con la línea (muestra su trabajo) y la tercera tiene que pasar el papel por atrás (muestra su trabajo mostrando como lo realizó), quedando una figura como la que se muestra.	
11	E: ¿Cómo?	
12	P: ¿les quedó más claro como se hacía?	Los estudiantes se muestran con sus respectivos trabajos realizados
13	E: Siii … Noo	
14	P: Muchas gracias a … muchas gracias a …, continúen con el resto de la actividad	
15	P: chicos es importante … shh… para el paso 5… ok espero silencio para dar la instrucción… para el paso número 5 No pueden usar transportador, el único material que pueden tener, es su lápiz, su goma y su cerebro, nada más … shh	Aún hay estudiantes que no terminan la primera parte y solicitan que se les restituya el material original, pero son los menos. Los estudiantes trabajan, algunos se distraen… la profesora

		se pasea por entre los estudiantes mientras prepara lo que viene en la actividad…
16	P: chico ya debieran estar en la medición de ángulos (se desplaza por entre los estudiantes)	Observa los avances de las producciones de los estudiantes Entra una asistente y “saca” 4 estudiantes de la sala (no solicita permiso)
17	P: chicos… Chicos... Chicos… 5 minutos (muestra su mano en alto), para terminar la guía	Continúa la preparación de lo que mostrará más adelante Dos estudiantes se ponen de pie e indican
18	E: así	
19	P: tienes que determinar la figura	
20	E: Tía terminamos	La profesora les indica que vuelvan a su puesto, para visar su trabajo, los observa y se aleja indicando “esta bien”
21	E: Oye terminamos	Se ponen de pie y comparan con otros estudiantes
22	P: oye chicos… atención aca… heee… shhh… oye espero un silencio para poder continuar…	Se desplaza y vuelve sobre los materiales que mostrará
23	P: 1, 2, 3, 4, 5, 6, shh, 7, 8, 9 hee…	Escribe en la pizarra: Figura 1, Característica
24	P: Veo que tuvieron un poco de dificultades para poder determinar las figuras y el tipo de ángulo que habían, ¿o no?, ¿me equivoco?	

	Shh	
25	P: Vamos a hacerlo juntos entonces	
26	P: quiero que me digan, levantando la mano para contestar, espero que guarden silencio, shh	
27	P: ¿Qué tipo de figuras encontraron luego de hacer los pliegues?	
28	E: Triángulos	
29	P: ya... (se vuelve para escribir en la pizarra)	
30	P: ¿qué tipo de triángulos?	
31	E: Isósceles	
32	E: Isósceles Escaleno	
33	P: Me nombraste de los tres tipos… ¿seguro?	Profesora escribe en la pizarra triángulo
34	E: seguro	
35	P: ¿alguna otra figura?	Se vuelve y lo escribe
36	P: ¿quién dijo rectángulo?	
37	E: Cuadrado	Apunta con el dedo al estudiante
38	P: ¿quién dijo cuadrilátero?	
39	E: Un Trapecio	La profesora se vuelve para escribirlo en la pizarra
40	P: un trapecio (se vuelve y lo escribe en la pizarra)	
41	P: ¿qué más?	
42	E: Triángulo rectángulo	
43	E: Tía Escaleno	El estudiante murmura. La profesora se acerca
44	P: Triangulo escaleno ya lo escribimos … (se vuelve y lo escribe)	
45	E: El agudo	
46	P: haa, pero es que ese es un ángulo	
47	P: perfecto, (dirigiéndose a un E), tú que me dijiste que encontraste un trapecio (se vuelve e indica el escrito), ¿en qué te fijaste para indicarme que era un trapecio? (los niños ríen), shh	

48	P: …, ¿quieres un comodín?... ¿te ayudo? … ¿no sabes?...	
49	P: ¿cómo me dijo?... haa por la figura ok.	La profesora se vuelve hacia la pizarra y borra lo escrito, luego escribe: - Características - Cuadrilátero
50	P: chicos (los niños aplauden la respuesta de su compañero) …	
51	P: chicos no voy a continuar hasta que no encuentre silencio en la sala… shh … silencio … insisto no voy a continuar hasta que halla silencio en la sala … (se dirige a un estudiante en particular) … chicos. Ustedes durante este semestre o durante el año aprendieron que los cuadriláteros se caracterizaban hee, se clasificaban según… sus lados (un niño levanta la mano, no es considerado, continua), que es una figura de cuatro lados (muestra la mano con los cuatro dedos en alto) y que tiene tres tipos de clasificación (muestra con su mano), Paralelogramos, ¿Cuáles eran los paralelogramos? … (Espera respuesta, se forma un barullo).	
52	P: Chicos, atención acá adelante; Los paralelogramos… son aquellos cuadriláteros… shh… los paralelogramos… son aquellos cuadriláteros… cuyos lados siempre van tener un par que es paralelo (lo indica con sus manos, una frente a la otra). Por ejemplo… (Se dirige hacia su mesa, recoge una figura y lo muestra al curso).	Deja la figura sobre la mesa y se dirige a la pizarra
53	P: si Ustedes se dan cuenta (con la figura en su mano mostrándola al curso)… te pillo conversando te tendrás que ir de la sala…	
54	P: el rectángulo es un paralelogramo (muestra figura alzándola con su mano). Fíjese, este lado	

	de acá tiene un par que es paralelo? (lo muestra utilizando la figura. mostrando e indicando con su otra mano, los lados de la figura involucrada, en reiteradas ocasiones)	
55	E: Sii	
56	P: ¿Cuál es? (muestra el superior)	
57	E: (murmura) el de abajo	
58	P: este lado de acá (muestra el lado adyacente al anterior mostrado), tiene un par que es paralelo?	
59	E: sii	
60	P: Cuál?	
61	E: el opuesto	
62	P: El segundo tipo de paralelogramo… es un… (Escribe), trapecio	Se vuelve hacia la pizarra y dibuja una figura 
63	P: la diferencia con el trapecio es que; el trapecio solamente tiene un para de lados paralelos	
64	P: Esto es un Trapecio	se vuelve a la pizarra y agrega otro dibujo 
65	E: Noo (solo contesta uno)	
66	P: (Dirigiéndose a un E en particular)… ¿esto es un trapecio?	
67	E: No	
68	P: (luego de realizado el dibujo, se vuelve hacia el curso), es un trapecio?	Llama la atención de algunos estudiantes
69	E: Siii	Uno de los estudiantes se le solicite que se cambie del lugar en donde se hallaba, mientras escribe en la pizarra
70	P: y por último, el trapezoide… es aquella figura geométrica de cuatro lados que no tiene ningún	En la pizarra se encuentran todos los

	lado paralelo. Por ejemplo… (se vuelve a la pizarra para dibujar solo con utilizando plumón)	nombres indicados y una figura asociada. Una estudiante le indica que se mueva para observar lo escrito y dibujado, la profesora se desplaza
71	P: (lo indica en la pizarra) ahí hay un trapezoide	
72	P: a partir de esto… (pega en la pizarra un puzle de figuras geométricas recortadas que tienen relación con el pliegue del papel) … vamos a clasificar	Despega del puzle un trapecio
73	P: Qué tipo de figura es esta?	Se desplaza y lo pega en la pizarra frente al nombre correspondiente
74	E: Un trapecio	
75	P: (volviendo al puzle, saca otra figura y la muestra)… esta?	Llama la atención a dos estudiantes
76	E: trapezoideee	
77	P: ¿Seguros…? shh… (Avanza hacia los estudiantes, apunta a un estudiante). Por qué es un trapecio?	
78	E: por que es la misma figura que dibujó en la pizarra	
79	P: por que es la misma figura que Yo dibuje en la pizarra	
80	P: (Muestra la figura) Tiene dos lados paralelos, un par de lados… (Los estudiantes completan la frase, indican paralelos), (los muestra, se da vuelta y lo pega en la pizarra), Trapecio	La profesora muestra otra figura
81	E: Trapecio (a coro)	La profesora lo pega en la pizarra Saca otra figura del puzle y lo muestra al curso

82	E: triángulooo	La profesora se vuelve a la pizarra y escribe Triángulo, a continuación pega la figura en la pizarra
83	P: que tipo de triángulo?	
84	E: Equilátero… Isósceles … Equilátero	
85	P: shhh	

86	P: lo vamos a dejar pendiente	La profesora solo muestra otra figura
87	E: triángulooo	La profesora se preocupa, al pegar el triángulo, de marcar el símbolo asociado a ángulo recto sobre el triángulo pegado. La profesora muestra otra figura, los estudiantes responden
88	E: Trapecioo	Lo pega en la pizarra junto a los restantes ya pegados Extrae otra figura del puzle y lo muestra
89	E: trapeciooo	Lo pega junto a los restantes La profesora extrae otra figura
90	E: Triángulooo	Lo pega en la pizarra Extrae otra figura del puzle y simplemente lo pega en las figuras correspondientes

		(triángulo) Finalmente lo que queda es el rectángulo original, asociado al rectángulo de inicio de la actividad. La profesora lo toma e indica el procedimiento del plegado
91	P: ahora lo que yo voy a hacer… es lo mismo que hicieron Ustedes… ya… (Realiza pliegues)…	Luego de realizado lo pega en la pizarra
92	P: ok… aquí vamos a hacer lo mismo que hicieron ustedes con su material… cierto	Se observa en la pizarra los pliegues realizados
93	P: shh… entonces… a se me olvido, que… cuantas figuras encontramos después de hacer los dobleces?	Remarca en la figura de los dobleces, los pliegues obtenidos
94	E: cuatro, diez, doce,…	
95	P: Diez; cinco paralelogramos, va perdón cinco trapecios, cuatro triángulos y un paralelogramo	
96	P: y ahora que surge que encontremos el valor de los ángulos que están acá (muestra el plegado)	La estudiante toma el plumón, pero muestra inseguridad, la profesora le toma el plumón y le indica como hacerlo
97	P: partamos, alguien me quiere ayudar a indicar donde hay un ángulo determinado … Indica a un estudiante en particular)…quieres venir a hacerlo tú, (le muestra el plumón) …	
98	P: marca todos lo ángulos rectos… no así no (vuelve a tomarle el plumón, le indica el símbolo asociado)	La estudiante realiza la acción solicitada, marcando los ángulos, el resto de los estudiantes observa lo realizado e indican que falta uno, sale a la

		pizarra otro estudiante a marcar el restante, el estudiante que sale a la pizarra, indica erróneamente le supuesto ángulo rectángulo, la profesora lo rectifica.
99	P: lo voy a marcar Yo, siéntate (el estudiante Mira de reojo la corrección realizada por la profesora)	El curso comenta, la profesora insiste, pero no se indica el procedimiento a seguir
100	P: shh … Cómo … (la profesora mira el dibujo remarcado en la pizarra) … Cómo puedo determinar … shh … silencio por favor … la medida de los siguientes … de los ángulos que me quedan (muestra la figura)	
101	E: poniéndolo en noventa	
102	P: ya … sabemos que esto miden noventa (los indica en la figura)	
103	E: restando	
104	P: ya, ¿restando que?	
105	P: ¿En esta figura hay algún triángulo equilátero? (muestra la figura)	La profesora los indica escribiendo su valor en la figura correspondiente
106	E: siii	
107	P: ¿ya donde?	
108	E sii	
109	P: ¿Cuál?	
110	Es: está allá abajito	
111	P: entonces los ángulos son de 60°y 60°	
112	Es: sii	
113	P: ya… ¿qué más…?	
114	P: que sucede con este ángulo que está acá, indicando el adyacente al ángulo de sesenta	

	grados	
115	P: ¿cuánto mide? …	
116	E: son treinta …	
117	P: cuánto mide este ángulo que está acá (lo remarca)	
118	E: ciento veinte	
119	P: shh … por qué mide 120 …	
120	P: (indicando a un estudiante), ¿por qué este ángulo mide 120? (lo indica)	
121	E9: tiene lo que un triángulo, por que ese ángulo no debería …	
122	P: No, no, estoy preguntando por este ángulo que está acá mide 120	
123	E: por que se marcan	
124	P: por qué … por que al sumarlos dan 180, como se llama ese ángulo …	
125	P: ángulo … exten ...	
126	Es: extendidooo (profesora lo marca en la figura de la pizarra	
127	P: ¿quién me dijo ángulos opuestos?	
128	P: ¿cuál sería igual al anterior? (lo indica en la figura)	
129	E: ese	
130	P: Y ese (lo indica en la figura)	
131	E: ángulos opuestos	
132	P: si este mide 90 y este mide 60, cuanto mide el de acá (lo indica en triángulo)	
133	P: Vamos por parte	
134	E: 30°, 30°,30°…	
135	P: Shh, … vamos a hacer lo siguiente, shhh … para hablar van a tener que levantar la mano	
136	P: Vamos con esta figura de acá (indica la figura en pizarra)	

137	P: Si es un cuadrilátero, ¿cuánto tienen que medir sus lados internos? …	
138	E: tres sesenta	
139	P: trescientos sesenta… (Escribe en la pizarra). Tengo 90° y tengo 180°, que hago para determinar este ángulo que está acá (lo indica en la figura)	
140	E: resto	
141	P: ¿que resto?	
142	E: sumar …	
143	P: sumar, ¿que sumo?	
144	E: 90° más 180°	
145	P: ya (lo realiza en la pizarra)	
146	P: por lo tanto, ¿el ángulo que falta es…?	(La profesora se equivoca y enmienda el error en pizarra). 120° más 90° más 90° (realiza la suma en pizarra, con la cooperación de los estudiantes). La profesora completa las medidas de los ángulos en la figura preguntando por cada uno de ellos. Luego verifica en pizarra la suma de los ángulos del cuadrilátero
147	E: sesenta (profesora lo registrar en la figura)	
148	P: Yo me equivoque acá, anoté 180° y era 120°, por que 180° más 60° no da 180°, tiene que ser 120°	
149	P: (indicando el dibujo) si esto me tiene que dar 180 cuanto me falta en este ángulo	
150	E; sesenta (profesora lo anota en dibujo)	
151	P: (nombra a estudiante) Cuánto mide este ángulo de acá	
152	E: ciento veinte (profesora lo registra en pizarra)	
153	P: este ángulo de acá (lo indica en la figura)	
154	E: sesentaaa…	
155	P: ok, chicos… esa era la actividad… shhh… a ese resultado tenían que llegar.	Los estudiantes aplauden. 50 minutos de duración clase
156	P: que conocimientos necesitaban Ustedes… shh ¿qué conocimientos necesitaban ustedes	

	para llegar a este resultado?	
157	E: ángulos opuestos por el vértice	
158	P: ángulos opuestos por el vértice, ¿Qué más?	
159	E: ángulos extendidos	
160	P: ángulos extendidos. E12	
161	E: ángulos complementarios y suplementarios	
162	P: ángulos complementario y suplementarios. ¿Qué más?	
163	E: Reconocimiento de figuras geométricas	
164	P: reconocimiento de figuras geométricas. Ángulos rectos	
165	P: Era necesario … shh … que tuvieran la clasificación de los cuadriláteros	
166	E: siii	
167	P: hee… se me olvido lo que les iba a preguntar… a, ¿era necesario que conocieran las propiedades de los ángulos en cuadriláteros y en los triángulos?	
168	E: sii	
169	P: se les hiso, le facilitó la tarea hacerlo aquí adelante con este material (lo indica el que está pegado en la pizarra)	
170	E: siii	
171	P: vieron que era mejor	
172	E: sii	
173	P: chicos esa era la actividad muchas gracias	